

# 2013 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

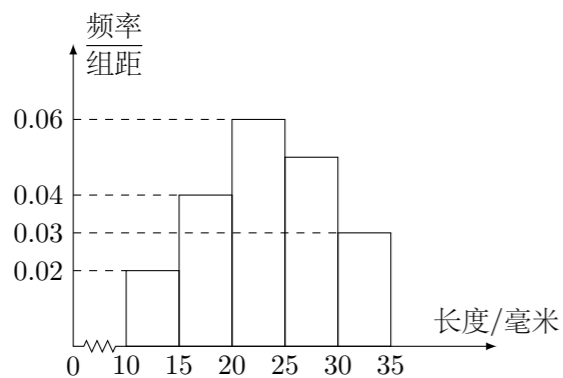
## 一、选择题

1. 设全集为  $\mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \sqrt{1-x}$  的定义域为  $M$ , 则  $\mathbf{C}_{\mathbf{R}}M$  为 ( )  
 (A)  $(-\infty, 1)$  (B)  $(1, +\infty)$  (C)  $(-\infty, 1]$  (D)  $[1, +\infty)$
2. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, m)$ ,  $\mathbf{b} = (m, 2)$ , 若  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则实数  $m$  等于 ( )  
 (A)  $-\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $-\sqrt{2}$  或  $\sqrt{2}$  (D) 0
3. 设  $a, b, c$  均为不等于 1 的正实数, 则下列等式中恒成立的是 ( )  
 (A)  $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$  (B)  $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$   
 (C)  $\log_a (bc) = \log_a b \cdot \log_a c$  (D)  $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$
4. 根据下列算法语句, 当输入  $x$  为 60 时, 输出  $y$  的值为 ( )

```

输入 x;
If x ≤ 50 Then
    y = 0.5 * x
Else
    y = 25 + 0.6 * (x - 50)
End If
输出 y.
    
```

- (A) 25 (B) 30 (C) 31 (D) 61
5. 对一批产品的长度 (单位: 毫米) 进行抽样检测, 下图为检测结果的频率分布直方图, 根据标准, 产品长度在区间  $[20, 25)$  上为一等品, 在区间  $[15, 20)$  和  $[25, 30)$  上为二等品, 在区间  $[10, 15)$  和  $[30, 35]$  上为三等品. 用频率估计概率, 现从该批产品中随机抽取 1 件, 则其为二等品的概率是 ( )



- (A) 0.09 (B) 0.20 (C) 0.25 (D) 0.45
6. 设  $z$  是复数, 则下列命题中的假命题是 ( )  
 (A) 若  $z^2 \geq 0$ , 则  $z$  是实数 (B) 若  $z^2 < 0$ , 则  $z$  是虚数  
 (C) 若  $z$  是虚数, 则  $z^2 \geq 0$  (D) 若  $z$  是纯虚数, 则  $z^2 < 0$
  7. 若点  $(x, y)$  位于曲线  $y = |x|$  与  $y = 2$  所围成的封闭区域, 则  $2x - y$  的最小值是 ( )  
 (A) -6 (B) -2 (C) 0 (D) 2

8. 已知点  $M(a, b)$  在圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  外, 则直线  $ax + by = 1$  与圆  $O$  的位置关系是 ( )  
 (A) 相切 (B) 相交 (C) 相离 (D) 不确定

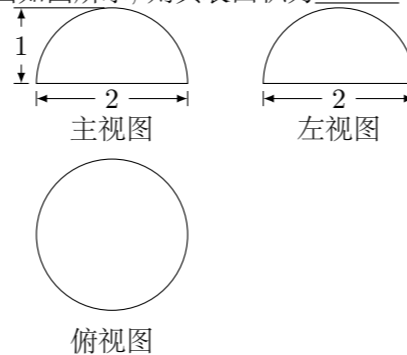
9. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $b \cos C + c \cos B = a \sin A$ , 则  $\triangle ABC$  的形状为 ( )  
 (A) 直角三角形 (B) 锐角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 不确定

10. 设  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 则对任意实数  $x$ , 有 ( )  
 (A)  $[-x] = -[x]$  (B)  $\left[x + \frac{1}{2}\right] = [x]$   
 (C)  $[2x] = 2[x]$  (D)  $\left[x + \frac{1}{2}\right] = [2x]$

## 二、填空题

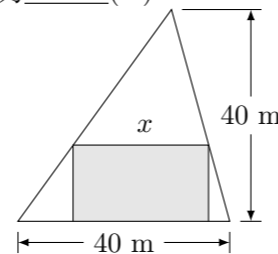
11. 双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的离心率为\_\_\_\_\_.

12. 某几何体的三视图如图所示, 则其表面积为\_\_\_\_\_.

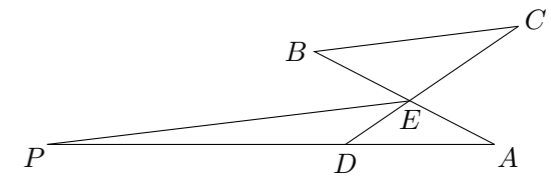


13. 观察下列等式:  
 $(1+1) = 2 \times 1$   
 $(2+1)(2+2) = 2^2 \times 1 \times 3$   
 $(3+1)(3+2)(3+3) = 2^3 \times 1 \times 3 \times 5$   
 .....  
 照此规律, 第  $n$  个等式可为\_\_\_\_\_.

14. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积最大的内接矩形花园 (阴影部分), 则其边长  $x$  为\_\_\_\_\_ (m).



15. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $|a-b| > 2$ , 则关于实数  $x$  的不等式  $|x-a| + |x-b| > 2$  的解集是\_\_\_\_\_.
16. 如图,  $AB$  与  $CD$  相交于点  $E$ , 过  $E$  作  $BC$  的平行线与  $AD$  的延长线交于点  $P$ , 已知  $\angle A = \angle C$ ,  $PD = 2DA = 2$ , 则  $PE =$ \_\_\_\_\_.



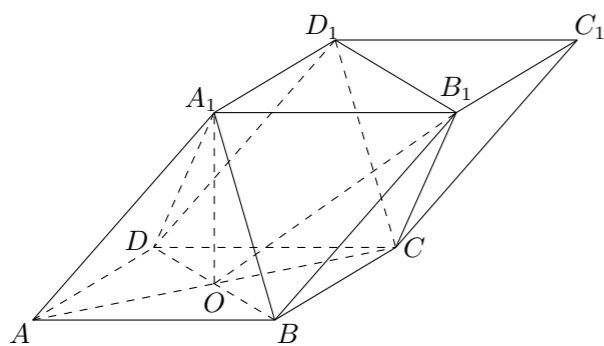
17. 圆锥曲线  $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 的焦点坐标是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

18. 已知向量  $\mathbf{a} = \left(\cos x, -\frac{1}{2}\right)$ ,  $\mathbf{b} = (\sqrt{3} \sin x, \cos 2x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , 设函数  $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ .  
 (1) 求  $f(x)$  的最小正周期.  
 (2) 求  $f(x)$  在  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  上的最大值和最小值.

19. 设  $S_n$  表示数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.  
 (1) 若  $\{a_n\}$  是等差数列, 推导  $S_n$  的计算公式;  
 (2) 若  $a_1 = 1, q \neq 0$ , 且对所有正整数  $n$ , 有  $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ , 判断  $\{a_n\}$  是否为等比数列, 并证明你的结论.

20. 如图, 四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  是正方形,  $O$  为底面中心,  $A_1O \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB = AA_1 = \sqrt{2}$ .
- (1) 证明: 平面  $A_1BD \parallel$  平面  $CD_1B_1$ ;
  - (2) 求三棱柱  $ABD - A_1B_1D_1$  的体积.



21. 有 7 位歌手 (1 至 7 号) 参加一场歌唱比赛, 由 500 名大众评委现场投票决定歌手名次. 根据年龄将大众评委分为五组, 各组的人数如下:

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50

- (1) 为了调查评委对 7 位歌手的支持情况, 现用分层抽样方法从各组中抽取若干评委, 其中从 B 组抽取了 6 人, 请将其余各组抽取的人数填入下表.

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50
抽取人数		6			

- (2) 在 (1) 中, 若 A, B 两组被抽到的评委中各有 2 人支持 1 号歌手, 现从这两组被抽到的评委中分别任选 1 人, 求这 2 人都支持 1 号歌手的概率.

22. 已知动点  $M(x, y)$  到直线  $l: x = 4$  的距离是它到点  $N(1, 0)$  的距离的 2 倍.
- (1) 求动点  $M$  的轨迹  $C$  的方程;
  - (2) 过点  $P(0, 3)$  的直线  $m$  与轨迹  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $A$  是  $PB$  的中点, 求直线  $m$  的斜率.

23. 已知函数  $f(x) = e^x, x \in \mathbf{R}$ .
- (1) 求  $f(x)$  的反函数的图象上点  $(1, 0)$  处的切线方程;
  - (2) 证明: 曲线  $y = f(x)$  与曲线  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  有唯一公共点;
  - (3) 设  $a < b$ , 比较  $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$  与  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  的大小, 并说明理由.