

2014 普通高等学校招生考试 (北京卷理)

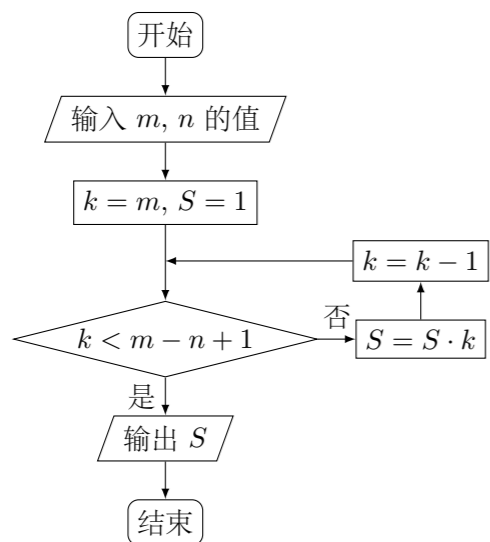
一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x = 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $\{0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{0, 2\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$

2. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()
 (A) $y = \sqrt{x+1}$ (B) $y = (x-1)^2$
 (C) $y = 2^{-x}$ (D) $y = \log_{0.5}(x+1)$

3. 曲线 $\begin{cases} x = -1 + \cos \theta, \\ y = 2 + \sin \theta, \end{cases}$ (θ 为参数) 的对称中心 ()
 (A) 在直线 $y = 2x$ 上 (B) 在直线 $y = -2x$ 上
 (C) 在直线 $y = x - 1$ 上 (D) 在直线 $y = x + 1$ 上

4. 当 $m = 7, n = 3$ 时, 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 ()



(A) 7 (B) 42 (C) 210 (D) 840

5. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 则“ $q > 1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的 ()
 (A) 充分且不必要条件 (B) 必要且不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0, \\ kx - y + 2 \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 且 $z = y - x$ 的最小值为 -4 , 则 k 的值为 ()
 (A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

7. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $A(2, 0, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(1, 1, \sqrt{2})$, 若 S_1, S_2, S_3 分别表示三棱锥 $D-ABC$ 在 xOy, yOz, zOx 坐标平面上的正投影图形的面积, 则 ()

(A) $S_1 = S_2 = S_3$ (B) $S_1 = S_2$ 且 $S_3 \neq S_1$
 (C) $S_1 = S_3$ 且 $S_3 \neq S_2$ (D) $S_2 = S_3$ 且 $S_1 \neq S_3$

8. 学生的语文、数学成绩均被评定为三个等级, 依次为“优秀”“合格”“不合格”. 若学生甲的语文、数学成绩都不低于学生乙, 且其中至少有一门成绩高于乙, 则称“学生甲比学生乙成绩好”. 如果一组学生中没有哪位学生比另一位学生成绩好, 并且不存在语文成绩相同、数学成绩也相同的两位学生, 则这一组学生最多有 ()
 (A) 2 人 (B) 3 人 (C) 4 人 (D) 5 人

二、填空题

9. 复数 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 =$ _____.

10. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 1, \mathbf{b} = (2, 1)$, 且 $\lambda \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 则 $|\lambda| =$ _____.

11. 设双曲线 C 经过点 $(2, 2)$, 且与 $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 具有相同渐近线, 则 C 的方程为 _____; 渐近线方程为 _____.

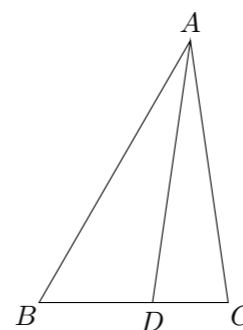
12. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7 + a_8 + a_9 > 0, a_7 + a_{10} < 0$, 则当 $n =$ _____ 时, $\{a_n\}$ 的前 n 项和最大.

13. 把 5 件不同产品摆成一排, 若产品 A 与产品 B 相邻, 且产品 A 与产品 C 不相邻, 则不同的摆法有 _____ 种.

14. 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 是常数, $A > 0, \omega > 0$). 若 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上具有单调性, 且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为 _____.

三、解答题

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}, AB = 8$, 点 D 在 BC 上, 且 $CD = 2, \cos \angle ADC = \frac{1}{7}$.
 (1) 求 $\sin \angle BAD$;
 (2) 求 BD, AC 的长.



16. 李明在 10 场篮球比赛中的投篮情况 (假设各场比赛相互独立):

场次	投篮次数	命中次数	场次	投篮次数	命中次数
主场 1	22	12	客场 1	18	8
主场 2	15	12	客场 2	13	12
主场 3	12	8	客场 3	21	7
主场 4	23	8	客场 4	18	15
主场 5	24	20	客场 5	25	12

(1) 从上述比赛随机选择一场, 求李明在该场比赛中的投篮命中率超过 0.6 的概率;

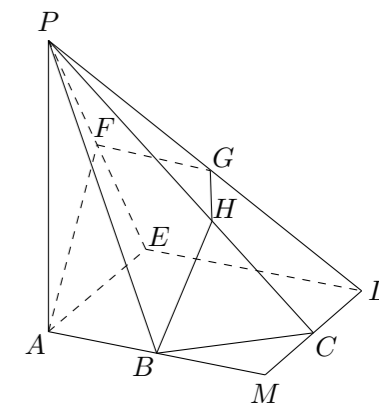
(2) 从上述比赛中随机选择一个主场和客场, 求李明的投篮命中率一场超过 0.6, 一场不超过 0.6 的概率;

(3) 记 \bar{x} 是表中 10 个命中次数的平均数, 从上述比赛中随机选择一场, 记 X 为李明在这场比赛中命中次数, 比较 $E(X)$ 与 \bar{x} 的大小. (只需要写出结论)

17. 如图, 正方形 $AMDE$ 的边长为 2, B, C 分别为 AM, MD 的中点, 在五棱锥 $P-ABCDE$ 中, F 为棱 PE 的中点, 平面 ABF 与棱 PD, PC 分别交于点 G, H .

(1) 求证: $AB \parallel FG$;

(2) 若 $PA \perp$ 平面 $ABCDE$, 且 $PA = AE$, 求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小, 并求线段 PH 的长.



18. 已知函数 $f(x) = x \cos x - \sin x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(1) 求证: $f(x) \leq 0$;

(2) 若 $a < \frac{\sin x}{x} < b$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上恒成立, 求 a 的最大值与 b 的最小值.

19. 已知椭圆 $C: x^2 + 2y^2 = 4$.

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 设 O 为坐标原点, 若点 A 在椭圆 C 上, 点 B 在直线 $y = 2$ 上, 且 $OA \perp OB$, 试判断直线 AB 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 的位置关系, 并证明你的结论.

20. 对于数对序列 $P: (a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$, 记 $T_1(P) = a_1 + b_1$, $T_k(P) = b_k + \max\{T_{k-1}(P), a_1 + a_2 + \dots + a_k\}$ ($2 \leq k \leq n$), 其中 $\max\{T_{k-1}(P), a_1 + a_2 + \dots + a_k\}$ 表示 $T_{k-1}(P)$ 和 $a_1 + a_2 + \dots + a_k$ 两个数中最大的数.

(1) 对于数对序列 $P: (2, 5), (4, 1)$, 求 $T_1(P), T_2(P)$ 的值;

(2) 记 m 为 a, b, c, d 四个数中最小值, 对于由两个数对 $(a, b), (c, d)$ 组成的数对序列 $P: (a, b), (c, d)$ 和 $P': (c, d), (a, b)$, 试分别对 $m = a$ 和 $m = d$ 时两种情况比较 $T_2(P)$ 和 $T_2(P')$ 的大小;

(3) 在由 5 个数对 $(11, 8), (5, 2), (16, 11), (11, 11), (4, 6)$ 组成的所有数对序列中, 写出一个数对序列 P 使 $T_5(P)$ 最小, 并写出 $T_5(P)$ 的值. (只需写出结论)