2014 普通高等学校招生考试 (四川卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid(x+1)(x-2)\leqslant 0\}$, 集合 B 为整数集, 则 $A\cap B=$( )

(A) $\{-1,\ 0\}$　(B) $\{0,\ 1\}$

(C) $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$　(D) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

2. 在"世界读书日"前夕, 为了了解某地 5000 名居民某天的阅读时间, 从中抽取了 200 名居民的阅读时间进行统计分析. 在这个问题中, 5000 名居民的阅读时间的全体是 ( )

(A) 总体　(B) 个体

(C) 样本的容量　(D) 从总体中抽取的一个样本

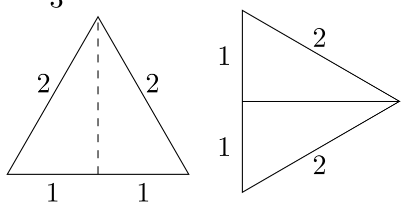
3. 为了得到函数 $y=\sin(x+1)$ 的图象, 只需把函数 $y=\sin x$ 的图象上所有的点 ( )

(A) 向左平行移动 1 个单位长度　(B) 向右平行移动 1 个单位长度

(C) 向左平行移动 π 个单位长度　(D) 向右平行移动 π 个单位长度

4. 某三棱锥的侧视图、俯视图如图所示, 则该三棱锥的体积是 ( )

(锥体体积公式: $V=\dfrac{1}{3}Sh$, 其中 S 为底面面积, h 为高)



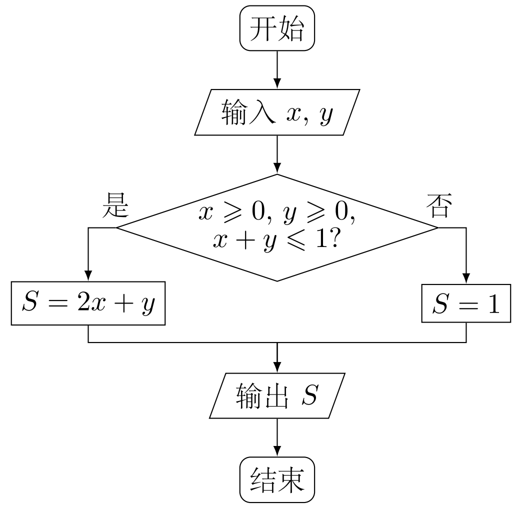
侧视图　俯视图

(A) 3　(B) 2　(C) $\sqrt{3}$　(D) 1

5. 若 $a>b>0$, $c<d<0$, 则一定有 ( )

(A) $\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{d}$　(B) $\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{d}$　(C) $\dfrac{a}{d}>\dfrac{b}{c}$　(D) $\dfrac{a}{d}<\dfrac{b}{c}$

6. 执行如图所示的程序框图, 如果输入的 $x,\ y\in\mathbf{R}$, 则输出的 S 的最大值为 ( )

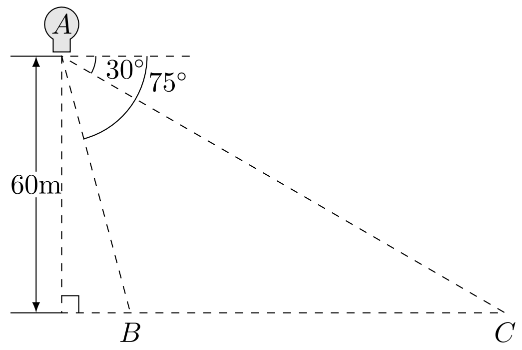


(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

7. 已知 $b>0$, $\log_5 b=a$, $\lg b=c$, $5^d=10$, 则下列等式一定成立的是 ( )

(A) $d=ac$　(B) $a=cd$　(C) $c=ad$　(D) $d=a+c$

8. 如图, 从气球 A 上测得正前方的河流的两岸 B, C 的俯角分别为 75°, 30°, 此时气球的高是 60 m, 则河流的宽度 BC 等于 ( )



(A) $240\left(\sqrt{3}-1\right)$ m　(B) $180\left(\sqrt{2}-1\right)$ m

(C) $120\left(\sqrt{3}-1\right)$ m　(D) $30\left(\sqrt{3}+1\right)$ m

9. 设 $m\in\mathbf{R}$, 过定点 A 的动直线 $x+my=0$ 和过定点 B 的动直线 $mx-y-m+3=0$ 交于点 $P(x,y)$, 则 $|PA|+|PB|$ 的取值范围是 ( )

(A) $\left[\sqrt{5},2\sqrt{5}\right]$　(B) $\left[\sqrt{10},2\sqrt{5}\right]$　(C) $\left[\sqrt{10},4\sqrt{5}\right]$　(D) $\left[2\sqrt{5},4\sqrt{5}\right]$

10. 已知 F 是抛物线 $y^2=x$ 的焦点, 点 A, B 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$ (其中 O 为坐标原点), 则 $\triangle ABO$ 与 $\triangle AFO$ 面积之和的最小值是 ( )

(A) 2　(B) 3　(C) $\dfrac{17\sqrt{2}}{8}$　(D) $\sqrt{10}$

二、填空题

11. 双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的离心率等于______.

12. 复数 $\dfrac{2-2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=$______.

13. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的周期为 2 的函数, 当 $x\in[-1,1)$ 时, $f(x)=\begin{cases}-4x^2+2, & -1\leqslant x<0,\\ x, & 0\leqslant x<1,\end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=$______.

14. 平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(4,2)$, $\boldsymbol{c}=m\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ $(m\in\mathbf{R})$, 且 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角等于 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角, 则 $m=$______.

15. 以 A 表示值域为 $\mathbf{R}$ 的函数组成的集合, B 表示具有如下性质的函数 $\varphi(x)$ 组成的集合: 对于函数 $\varphi(x)$, 存在一个正数 M, 使得函数 $\varphi(x)$ 的值域包含于区间 $[-M,M]$. 例如, 当 $\varphi_1(x)=x^3$, $\varphi_2(x)=\sin x$ 时, $\varphi_1(x)\in A$, $\varphi_2(x)\in B$. 现有如下命题:

① 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D, 则"$f(x)\in A$"的充要条件是"$\forall b\in\mathbf{R}$, $\exists a\in D$, $f(a)=b$";

② 函数 $f(x)\in B$ 的充要条件是 $f(x)$ 有最大值和最小值;

③ 若函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域相同, 且 $f(x)\in A$, $g(x)\in B$, 则 $f(x)+g(x)\notin B$;

④ 若函数 $f(x)=a\ln(x+2)+\dfrac{x}{x^2+1}$ $(x>-2,\ a\in\mathbf{R})$ 有最大值, 则 $f(x)\in B$.

其中的真命题有______. (写出所有真命题的序号)

三、解答题

16. 一个盒子里装有三张卡片, 分别标记有数字 1, 2, 3, 这三张卡片除标记的数字外完全相同. 随机有放回地抽取 3 次, 每次抽取 1 张, 将抽取的卡片上的数字依次记为 a, b, c.

(1) 求"抽取的卡片上的数字满足 $a+b=c$"的概率;

(2) 求"抽取的卡片上的数字 a, b, c 不完全相同"的概率.

17. 已知函数 $f(x)=\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

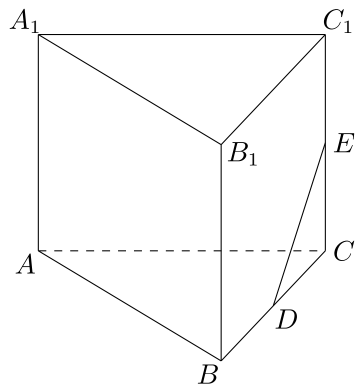
(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 若 α 是第二象限角, $f\left(\dfrac{\alpha}{3}\right)=\dfrac{4}{5}\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)\cos 2\alpha$, 求 $\cos\alpha-\sin\alpha$ 的值.

18. 在如图所示的多面体中, 四边形 ABB_1A_1 和 ACC_1A_1 都为矩形.

(1) 若 $AC \perp BC$, 证明: 直线 $BC \perp$ 平面 ACC_1A_1;

(2) 设 D, E 分别是线段 BC, CC_1 的中点, 在线段 AB 上是否存在一点 M, 使直线 $DE \parallel$ 平面 A_1MC? 请证明你的结论.



19. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d, 点 (a_n, b_n) 在函数 $f(x) = 2^x$ 的图象上 $(n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 证明: 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列;

(2) 若 $a_1 = 1$, 函数 $f(x)$ 的图象在点 (a_2, b_2) 处的切线在 x 轴上的截距为 $2 - \dfrac{1}{\ln 2}$, 求数列 $\{a_n b_n^2\}$ 的前 n 项和 S_n.

20. 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$ 的左焦点为 $F(-2, 0)$, 离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设 O 为坐标原点, T 为直线 $x = -3$ 上一点, 过 F 作 TF 的垂线交椭圆于 P, Q. 当四边形 $OPTQ$ 是平行四边形时, 求四边形 $OPTQ$ 的面积.

21. 已知函数 $f(x) = \mathrm{e}^x - ax^2 - bx - 1$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$, $\mathrm{e} = 2.71828\cdots$ 为自然对数的底数.

(1) 设 $g(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 求函数 $g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值;

(2) 若 $f(1) = 0$, 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内有零点, 证明: $\mathrm{e} - 2 < a < 1$.