

2014 普通高等学校招生考试 (安徽卷文)

一、选择题

1. 设 i 是虚数单位, 复数 $i^3 + \frac{2i}{1+i} =$ ()

- (A) $-i$ (B) i (C) -1 (D) 1

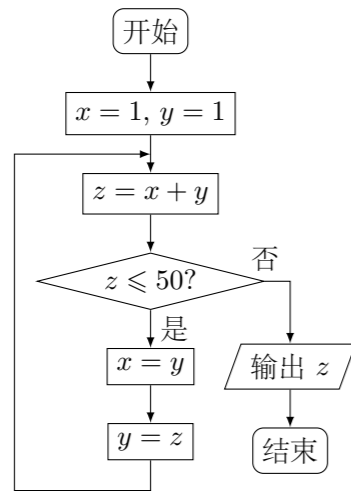
2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \geq 0$ ”的否定是 ()

- (A) $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 < 0$ (B) $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \leq 0$
(C) $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + x_0^2 < 0$ (D) $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + x_0^2 \geq 0$

3. 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的准线方程是 ()

- (A) $y = -1$ (B) $y = -2$ (C) $x = -1$ (D) $x = -2$

4. 如图所示, 程序框图 (算法流程图) 的输出结果是 ()



- (A) 34 (B) 55 (C) 78 (D) 89

5. 设 $a = \log_3 7, b = 2^{1.1}, c = 0.8^{3.1}$, 则 ()

- (A) $b < a < c$ (B) $c < a < b$ (C) $c < b < a$ (D) $a < c < b$

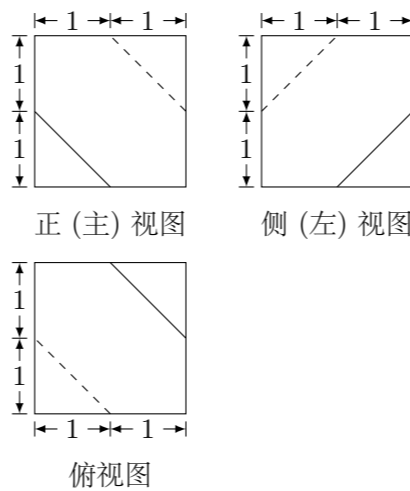
6. 过点 $P(-\sqrt{3}, -1)$ 的直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 有公共点, 则直线 l 的倾斜角的取值范围是 ()

- (A) $(0, \frac{\pi}{6}]$ (B) $(0, \frac{\pi}{3}]$ (C) $[0, \frac{\pi}{6}]$ (D) $[0, \frac{\pi}{3}]$

7. 若将函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ 的图象向右平移 φ 个单位, 所得图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是 ()

- (A) $\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{3\pi}{8}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

8. 一个多面体的三视图如图所示, 则该多面体的体积为 ()



- (A) $\frac{23}{3}$ (B) $\frac{47}{6}$ (C) 6 (D) 7

9. 若函数 $f(x) = |x+1| + |2x+a|$ 的最小值为 3, 则实数 a 的值为 ()

- (A) 5 或 8 (B) -1 或 5 (C) -1 或 -4 (D) -4 或 8

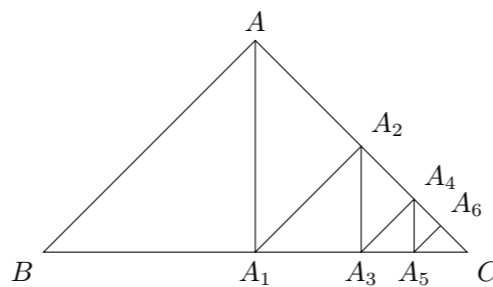
10. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为非零向量, $|\mathbf{b}| = 2|\mathbf{a}|$, 两组向量 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4$ 和 $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3, \mathbf{y}_4$ 均由 2 个 \mathbf{a} 和 2 个 \mathbf{b} 排列而成, 若 $\mathbf{x}_1 \cdot \mathbf{y}_1 + \mathbf{x}_2 \cdot \mathbf{y}_2 + \mathbf{x}_3 \cdot \mathbf{y}_3 + \mathbf{x}_4 \cdot \mathbf{y}_4$ 所有可能取值中的最小值为 $4|\mathbf{a}|^2$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 ()

- (A) $\frac{2}{3}\pi$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) 0

二、填空题

11. $(\frac{16}{81})^{-\frac{3}{4}} + \log_3 \frac{5}{4} + \log_3 \frac{4}{5} =$ _____.

12. 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, 斜边 $BC = 2\sqrt{2}$, 过点 A 作 BC 的垂线, 垂足为 A_1 ; 过点 A_1 作 AC 的垂线, 垂足为 A_2 ; 过点 A_2 作 A_1C 的垂线, 垂足为 A_3 ; \dots , 依此类推, 设 $BA = a_1, AA_1 = a_2, A_1A_2 = a_3, \dots, A_5A_6 = a_7$, 则 $a_7 =$ _____.



13. 不等式组 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ x+2y-4 \leq 0, \\ x+3y-2 \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域的面积为 _____.

14. 若函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 是周期为 4 的奇函数, 且在 $[0, 2]$ 上的解析式为 $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & 0 \leq x \leq 1, \\ \sin \pi x, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 则 $f(\frac{29}{4}) + f(\frac{41}{6}) =$ _____.

15. 若直线 l 与曲线 C 满足下列两个条件:
(i) 直线 l 在点 $P(x_0, y_0)$ 处与曲线 C 相切; (ii) 曲线 C 在点 P 附近位于直线 l 的两侧, 则称直线 l 在点 P 处“切过”曲线 C .

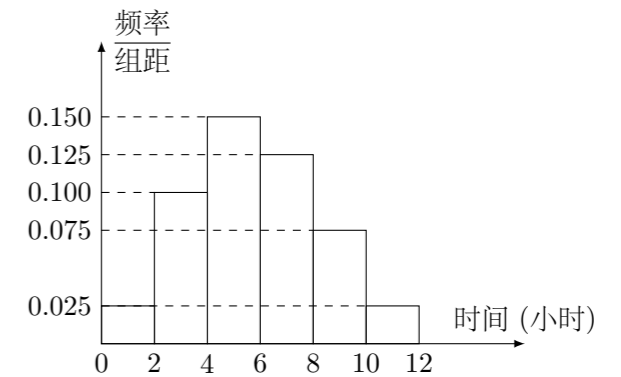
下列命题正确的是 _____ (写出所有正确命题的编号)

- ① 直线 $l: y = 0$ 在点 $P(0, 0)$ 处“切过”曲线 $C: y = x^3$;
② 直线 $l: x = -1$ 在点 $P(-1, 0)$ 处“切过”曲线 $C: y = (x+1)^2$;
③ 直线 $l: y = x$ 在点 $P(0, 0)$ 处“切过”曲线 $C: y = \sin x$;
④ 直线 $l: y = x$ 在点 $P(0, 0)$ 处“切过”曲线 $C: y = \tan x$;
⑤ 直线 $l: y = x - 1$ 在点 $P(1, 0)$ 处“切过”曲线 $C: y = \ln x$.

三、解答题

16. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别是 a, b, c , 且 $b = 3, c = 1$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{2}$, 求 $\cos A$ 与 a 的值.

17. 某高校共有学生 15000 人, 其中男生 10500 人, 女生 4500 人, 为调查该校学生每周平均体育运动时间的情况, 采用分层抽样的方法, 收集 300 位学生每周平均体育运动时间的样本数据 (单位: 小时).



- (1) 应收集多少位女生样本数据?
(2) 根据这 300 个样本数据, 得到学生每周平均体育运动时间的频率分布直方图 (如图所示), 其中样本数据分组区间为: $[0, 2], (2, 4], (4, 6], (6, 8], (8, 10], (10, 12]$. 估计该校学生每周平均体育运动时间超过 4 个小时的概率;
(3) 在样本数据中, 有 60 位女生的每周平均体育运动时间超过 4 个小时. 请完成每周平均体育运动时间与性别的列联表, 并判断是否有 95% 的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

18. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, na_{n+1} = (n+1)a_n + n(n+1), n \in \mathbf{N}^*$.
- (1) 证明: 数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是等差数列;
 - (2) 设 $b_n = 3^n \cdot \sqrt{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. 设函数 $f(x) = 1 + (1+a)x - x^2 - x^3$, 其中 $a > 0$.
- (1) 讨论 $f(x)$ 在其定义域上的单调性;
 - (2) 当 $x \in [0, 1]$ 时, 求 $f(x)$ 取得最大值和最小值时的 x 的值.

21. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A, B 两点, $|AF_1| = 3|BF_1|$.
- (1) 若 $|AB| = 4$, $\triangle ABF_2$ 的周长为 16, 求 $|AF_2|$;
 - (2) 若 $\cos \angle AF_2B = \frac{3}{5}$, 求椭圆 E 的离心率.

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 8 的正方形, 四条侧棱长均为 $2\sqrt{17}$, 点 G, E, F, H 分别是棱 PB, AB, CD, PC 上共面的四点, 平面 $GEFH \perp$ 平面 $ABCD, BC \parallel$ 平面 $GEFH$.
- (1) 证明: $GH \parallel EF$;
 - (2) 若 $EB = 2$, 求四边形 $GEFH$ 的面积.

