

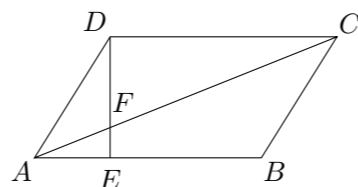
2014 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{2, 3, 4\}$, $N = \{0, 2, 3, 5\}$, 则 $M \cap N$ ()
 (A) $\{0, 2\}$ (B) $\{2, 3\}$ (C) $\{3, 4\}$ (D) $\{3, 5\}$
2. 已知复数 z 满足 $(3 - 4i)z = 25$, 则 $z =$ ()
 (A) $-3 - 4i$ (B) $-3 + 4i$ (C) $3 - 4i$ (D) $3 + 4i$
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (3, 1)$, 则 $\mathbf{b} - \mathbf{a} =$ ()
 (A) $(-2, 1)$ (B) $(2, -1)$ (C) $(2, 0)$ (D) $(4, 3)$
4. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y \leq 8, \\ 0 \leq x \leq 4, \\ 0 \leq y \leq 3, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值等于 ()
 (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11
5. 下列函数为奇函数的是 ()
 (A) $2^x - \frac{1}{2^x}$ (B) $x^3 \sin x$ (C) $2 \cos x + 1$ (D) $x^2 + 2^x$
6. 为了解 1000 名学生的学习情况, 采用系统抽样的方法, 从中抽取容量为 40 的样本, 则分段的间隔为 ()
 (A) 50 (B) 40 (C) 25 (D) 20
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 则“ $a \leq b$ ”是“ $\sin A \leq \sin B$ ”的 ()
 (A) 充分必要条件 (B) 充分非必要条件
 (C) 必要非充分条件 (D) 非充分非必要条件
8. 若实数 k 满足 $0 < k < 5$, 则曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5-k} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{16-k} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的 ()
 (A) 实半轴长相等 (B) 虚半轴长相等 (C) 离心率相等 (D) 焦距相等
9. 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 , 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3, l_3 \perp l_4$, 则下列结论一定正确的是 ()
 (A) $l_1 \perp l_4$ (B) $l_1 \parallel l_4$
 (C) l_1, l_4 既不垂直也不平行 (D) l_1, l_4 的位置关系不确定
10. 对任意复数 w_1, w_2 , 定义 $w_1 * w_2 = w_1 \bar{w}_2$, 其中 \bar{w}_2 是 w_2 的共轭复数, 对任意复数 z_1, z_2, z_3 有如下四个命题:
 ① $(z_1 + z_2) * z_3 = (z_1 * z_3) + (z_2 * z_3)$; ② $z_1 * (z_2 + z_3) = (z_1 * z_2) + (z_1 * z_3)$;
 ③ $(z_1 * z_2) * z_3 = z_1 * (z_2 * z_3)$; ④ $z_1 * z_2 = z_2 * z_1$.
 则真命题的个数是 ()
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题

11. 曲线 $y = -5e^x + 3$ 在点 $(0, -2)$ 处的切线方程为_____.
12. 从字母 a, b, c, d, e 中任取两个不同字母, 则取到字母 a 的概率为_____.
13. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_1 a_5 = 4$, 则 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \log_2 a_4 + \log_2 a_5 =$ _____.
14. 在极坐标系中, 曲线 C_1 和 C_2 的方程分别为 $2\rho \cos^2 \theta = \sin \theta$ 和 $\rho \cos \theta = 1$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面直角坐标系, 则曲线 C_1 和 C_2 的交点的直角坐标为_____.
15. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AB 上, 且 $EB = 2AE$, AC 与 DE 交于点 F , 则 $\frac{\triangle CDF \text{ 的周长}}{\triangle AEF \text{ 的周长}} =$ _____.



三、解答题

16. 已知函数 $f(x) = A \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, $x \in \mathbf{R}$, 且 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
 (1) 求 A 的值;
 (2) 若 $f(\theta) - f(-\theta) = \sqrt{3}$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $f\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)$.

17. 某车间 20 名工人年龄数据如下表:

年龄 (岁)	工人数 (人)
19	1
28	3
29	3
30	5
31	4
32	3
40	1
合计	20

- (1) 求这 20 名工人年龄的众数与极差;
- (2) 以十位数为茎, 个位数为叶, 作出这 20 名工人年龄的茎叶图;
- (3) 求这 20 名工人年龄的方差.

18. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = 1, BC = PC = 2$, 作如图 2 折叠, 折痕 $EF \parallel DC$. 其中点 E, F 分别在线段 PD, PC 上, 沿 EF 折叠后点 P 叠在线段 AD 上的点记为 M , 并且 $MF \perp CF$.

- (1) 证明: $CF \perp$ 平面 MDF ;
- (2) 求三棱锥 $M - CDE$ 的体积.

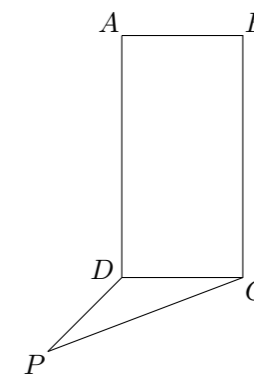


图 1

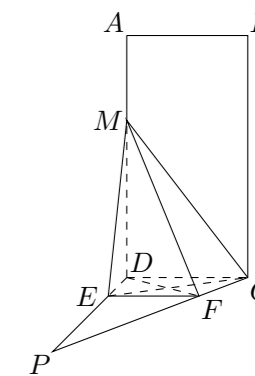


图 2

19. 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 S_n 满足 $S_n^2 - (n^2 + n - 3)S_n - 3(n^2 + n) = 0, n \in \mathbf{N}^*$.
- (1) 求 a_1 的值;
 - (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (3) 证明: 对一切正整数 n , 有 $\frac{1}{a_1(a_1+1)} + \frac{1}{a_2(a_2+1)} + \cdots + \frac{1}{a_n(a_n+1)} < \frac{1}{3}$.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.
- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
 - (2) 若动点 $P(x_0, y_0)$ 为椭圆 C 外一点, 且点 P 到椭圆 C 的两条切线相互垂直, 求点 P 的轨迹方程.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax + 1 (a \in \mathbf{R})$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 - (2) 当 $a < 0$ 时, 试讨论是否存在 $x_0 \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 使得 $f(x_0) = f\left(\frac{1}{2}\right)$.