

2014 普通高等学校招生考试 (广东卷理)

一、选择题

- 已知集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cup N =$ ()
 (A) $\{0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 2\}$ (C) $\{-1, 0, 1, 2\}$ (D) $\{-1, 0, 1\}$
- 已知复数 z 满足 $(3 + 4i)z = 25$, 则 $z =$ ()
 (A) $-3 + 4i$ (B) $-3 - 4i$ (C) $3 + 4i$ (D) $3 - 4i$
- 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x, \\ x + y \leq 1, \\ y \geq -1, \end{cases}$ 且 $z = 2x + y$ 的最大值和最小值分别为 m 和 n , 则 $m - n =$ ()
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8
- 若实数 k 满足 $0 < k < 9$, 则曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9-k} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{25-k} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的 ()
 (A) 焦距相等 (B) 实半轴长相等 (C) 虚半轴长相等 (D) 离心率相等
- 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0, -1)$, 则下列向量中与 \mathbf{a} 成 60° 夹角的是 ()
 (A) $(-1, 1, 0)$ (B) $(1, -1, 0)$ (C) $(0, -1, 1)$ (D) $(-1, 0, 1)$
- 已知某地区中小学生人数和近视情况如图 1 和图 2 所示, 为了解该地区中小学生的近视形成原因, 用分层抽样的方法抽取 2% 的学生进行调查, 则样本容量和抽取的高中生近视人数分别为 ()

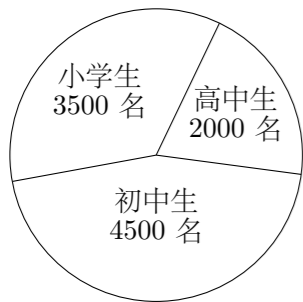


图 1

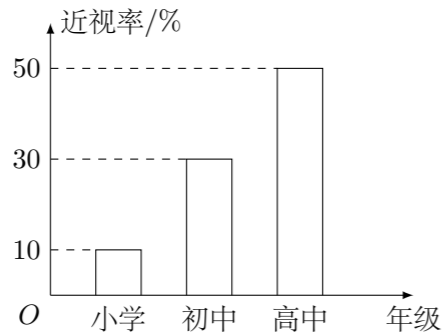
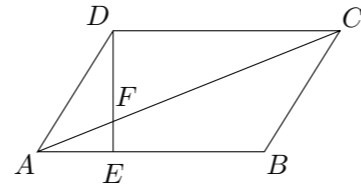


图 2

- (A) 200, 20 (B) 100, 20 (C) 200, 10 (D) 100, 10
- 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 , 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3, l_3 \perp l_4$, 则下列结论一定正确的是 ()
 (A) $l_1 \perp l_4$ (B) $l_1 \parallel l_4$
 (C) l_1, l_4 既不垂直也不平行 (D) l_1, l_4 的位置关系不确定
- 设集合 $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \mid x_i \in \{-1, 0, 1\}, i = 1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么集合 A 中满足条件“ $1 \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| \leq 3$ ”的元素个数为 ()
 (A) 60 (B) 90 (C) 120 (D) 130

二、填空题

- 不等式 $|x - 1| + |x + 2| \geq 5$ 的解集为_____.
- 曲线 $y = e^{-5x} + 2$ 在点 $(0, 3)$ 处的切线方程为_____.
- 从 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 中任取七个不同的数, 则这七个数的中位数是 6 的概率为_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 已知 $b \cos C + c \cos B = 2b$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.
- 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_{10}a_{11} + a_9a_{12} = 2e^5$, 则 $\ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_{20} =$ _____.
- 在极坐标系中, 曲线 C_1 和 C_2 的方程分别为 $\rho \sin^2 \theta = \cos \theta$ 和 $\rho \sin \theta = 1$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面直角坐标系, 则曲线 C_1 和 C_2 的交点的直角坐标为_____.
- 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AB 上, 且 $EB = 2AE$, AC 与 DE 交于点 F , 则 $\frac{\triangle CDF \text{ 的面积}}{\triangle AEF \text{ 的面积}} =$ _____.



三、解答题

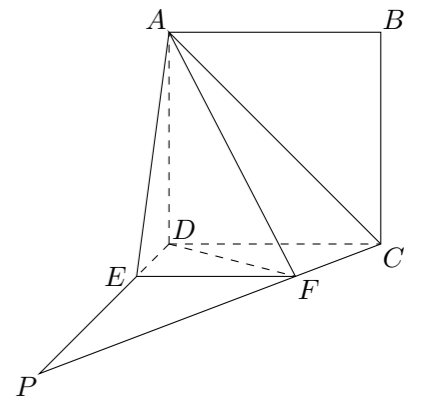
- 已知函数 $f(x) = A \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in \mathbf{R}$, 且 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{3}{2}$.
 (1) 求 A 的值;
 (2) 若 $f(\theta) + f(-\theta) = \frac{3}{2}$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $f\left(\frac{3}{4}\pi - \theta\right)$.

- 随机观测生产某种零件的某工厂 25 名工人的日加工零件数 (单位: 件), 获得数据如下: 30, 42, 41, 36, 44, 40, 37, 37, 25, 45, 29, 43, 31, 36, 49, 34, 33, 43, 38, 42, 32, 34, 46, 39, 36. 根据上述数据得到样本的频率分布表如下:

分组	频数	频率
[25, 30]	3	0.12
(30, 35]	5	0.20
(35, 40]	8	0.32
(40, 45]	n_1	f_1
(45, 50]	n_2	f_2

- 确定样本频率分布表中 n_1, n_2, f_1 和 f_2 的值;
- 根据上述频率分布表, 画出样本频率分布直方图;
- 根据样本频率分布直方图, 求在该厂任取 4 人, 至少有 1 人的日加工零件数落在区间 $(30, 35]$ 的概率.

- 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle DPC = 30^\circ$, $AF \perp PC$ 于点 F , $FE \parallel CD$, 交 PD 于点 E .
 (1) 证明: $CF \perp$ 平面 ADF ;
 (2) 求二面角 $D - AF - E$ 的余弦值.



19. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和为 S_n , 满足 $S_n = 2na_{n+1} - 3n^2 - 4n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $S_3 = 15$.

(1) 求 a_1, a_2, a_3 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若动点 $P(x_0, y_0)$ 为椭圆 C 外一点, 且点 P 到椭圆 C 的两条切线相互垂直, 求点 P 的轨迹方程.

21. 设函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3}}$, 其中 $k < -2$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域 D (用区间表示);

(2) 讨论 $f(x)$ 在区间 D 上的单调性;

(3) 若 $k < -6$, 求 D 上满足条件 $f(x) > f(1)$ 的 x 的集合 (用区间表示).