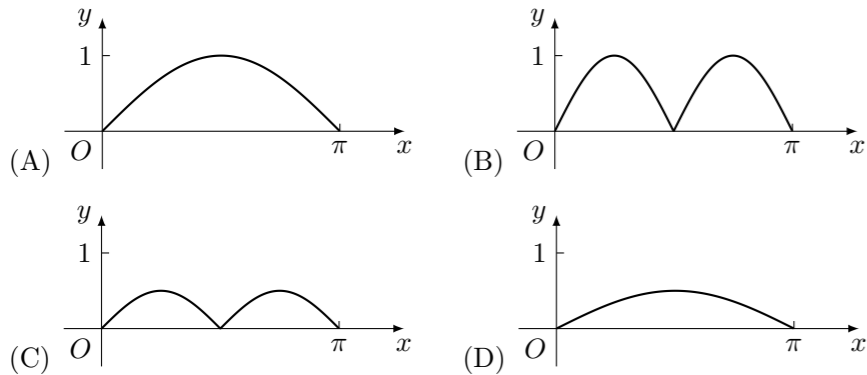
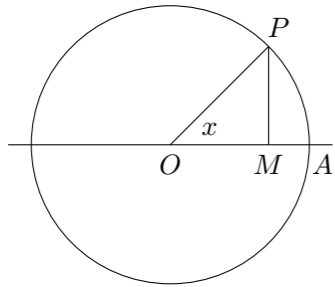


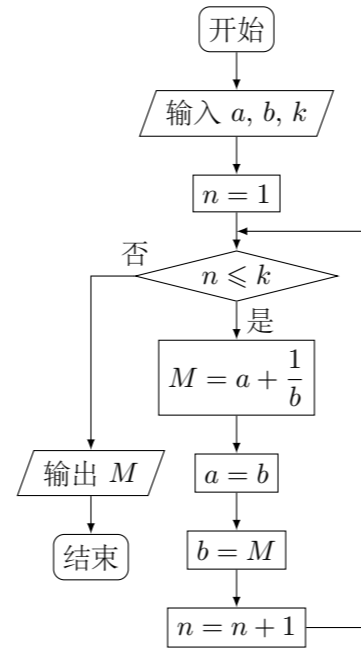
2014 普通高等学校招生考试 (全国卷 I 理)

一、选择题

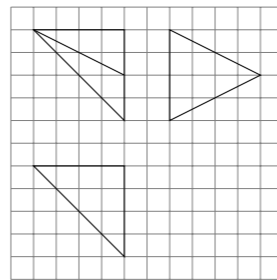
- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \geq 0\}$, $B = \{x | -2 \leq x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $[-2, -1]$ (B) $[-1, 2)$ (C) $[-1, 1]$ (D) $[1, 2)$
- $\frac{(1+i)^3}{(1-i)^2} =$ ()
 (A) $1+i$ (B) $1-i$ (C) $-1+i$ (D) $-1-i$
- 设函数 $f(x), g(x)$ 的定义域都为 \mathbf{R} , 且 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则下列结论正确的是 ()
 (A) $f(x)g(x)$ 是偶函数 (B) $|f(x)g(x)|$ 是奇函数
 (C) $|g(x)f(x)|$ 是奇函数 (D) $|f(x)g(x)|$ 是奇函数
- 已知 F 是双曲线 $C: x^2 - my^2 = 3m (m > 0)$ 的一个焦点, 则点 F 到 C 的一条渐近线的距离为 ()
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) $\sqrt{3}m$ (D) $3m$
- 4 位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动, 则周六、周日都有同学参加公益活动的概率为 ()
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{7}{8}$
- 如图, 圆 O 的半径为 1, A 是圆上的定点, P 是圆上的动点, 角 x 的始边为射线 OA , 终边为射线 OP , 过点 P 作直线 OA 的垂线, 垂足为 M , 将点 M 到直线 OP 的距离表示为 x 的函数 $f(x)$, 则 $y = f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的图象大致为 ()



7. 执行如图的程序框图, 若输入的 a, b, k 分别为 1, 2, 3, 则输出的 $M =$ ()



- (A) $\frac{20}{3}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{16}{5}$ (D) $\frac{15}{8}$
8. 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta}$, 则 ()
 (A) $3\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$ (B) $3\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ (C) $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$ (D) $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$
9. 不等式组 $\begin{cases} x + y \geq 1, \\ x - 2y \leq 4 \end{cases}$ 的解集记为 D . 有下面四个命题:
 $p_1: \forall (x, y) \in D, x + 2y \geq -2;$ $p_2: \exists (x, y) \in D, x + 2y \geq 2;$
 $p_3: \forall (x, y) \in D, x + 2y \leq 3;$ $p_4: \exists (x, y) \in D, x + 2y \leq -1.$
 其中真命题是 ()
 (A) p_2, p_3 (B) p_1, p_2 (C) p_1, p_4 (D) p_1, p_3
10. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 是 l 上一点, Q 是直线 PF 与 C 的一个交点, 若 $\overrightarrow{FP} = 4\overrightarrow{FQ}$, 则 $|QF| =$ ()
 (A) $\frac{7}{2}$ (B) 3 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 2
11. 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$, 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 > 0$, 则 a 的取值范围为 ()
 (A) $(2, +\infty)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $(-\infty, -2)$ (D) $(-\infty, -1)$
12. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的各条棱中, 最长的棱的长度为 ()



- (A) $6\sqrt{2}$ (B) 6 (C) $4\sqrt{2}$ (D) 4

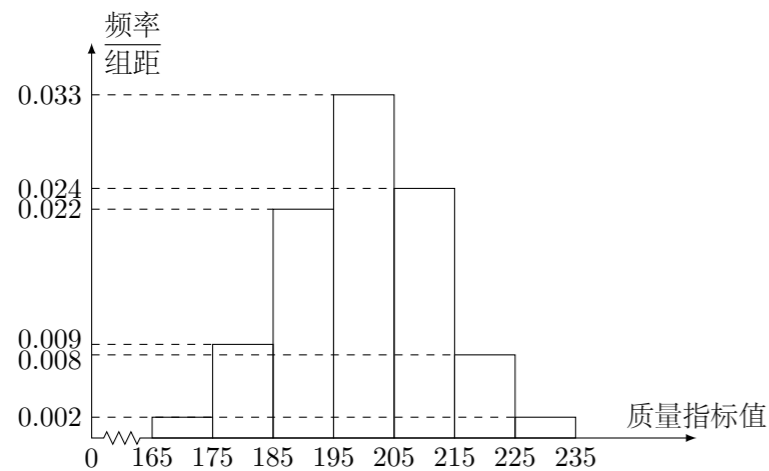
二、填空题

13. $(x - y)(x + y)^8$ 的展开式中 x^2y^7 的系数为 _____. (用数字填写答案)
14. 甲、乙、丙三位同学被问到是否去过 A, B, C 三个城市时, 甲说: 我去过的城市比乙多, 但没去过 B 城市; 乙说: 我没去过 C 城市; 丙说: 我们三人去过同一个城市. 由此可判断乙去过的城市为 _____.
15. 已知 A, B, C 是圆 O 上的三点, 若 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 则 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为 _____.
16. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, $a = 2$, 且 $(2 + b)(\sin A - \sin B) = (c - b)\sin C$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 _____.

三、解答题

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, a_n \neq 0, a_n a_{n+1} = \lambda S_n - 1$, 其中 λ 为常数.
 (1) 证明: $a_{n+2} - a_n = \lambda$;
 (2) 是否存在 λ , 使得 $\{a_n\}$ 为等差数列? 并说明理由.

18. 从某企业生产的某种产品中抽取 500 件, 测量这些产品的一项质量指标值, 由测量结果得如下频率分布直方图:



- (1) 求这 500 件产品质量指标值的样本平均数 \bar{x} 和样本方差 s^2 (同一组数据用该区间的中点值作代表);
 (2) 由频率分布直方图可以认为, 这种产品的质量指标值 Z 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 近似为样本平均数 \bar{x} , σ^2 近似为样本方差 s^2 .

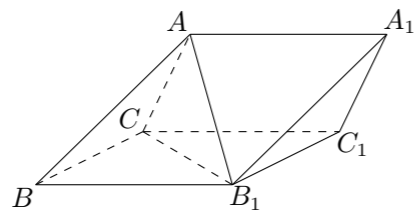
① 利用该正态分布, 求 $P(187.8 < Z < 212.2)$;

② 某用户从该企业购买了 100 件这种产品, 记 X 表示这 100 件产品中质量指标值位于区间 $(187.8, 212.2)$ 的产品件数, 利用①的结果, 求 EX .
 附: $\sqrt{150} \approx 12.2$, 若 $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) = 0.6826$, $P(\mu - 2\sigma < Z < \mu + 2\sigma) = 0.9544$.

19. 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 为菱形, $AB \perp B_1C$.

(1) 证明: $AC = AB_1$;

(2) 若 $AC \perp AB_1$, $\angle CBB_1 = 60^\circ$, $AB = BC$, 求二面角 $A - A_1B_1 - C_1$ 的余弦值.



20. 已知点 $A(0, -2)$, 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, F 是椭圆的右焦点, 直线 AF 的斜率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, O 为坐标原点.
 (1) 求 E 的方程;
 (2) 设过点 A 的动直线 l 与 E 相交于 P, Q 两点, 当 $\triangle OPQ$ 的面积最大时, 求 l 的方程.

21. 设函数 $f(x) = ae^x \ln x + \frac{be^{x-1}}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = e(x - 1) + 2$.

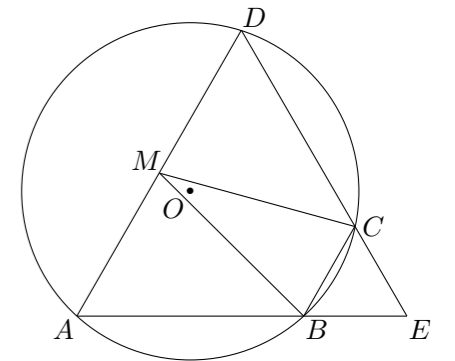
(1) 求 a, b ;

(2) 证明: $f(x) > 1$.

22. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, AB 的延长线与 DC 的延长线交于点 E , 且 $CB = CE$.

(1) 证明: $\angle D = \angle E$;

(2) 设 AD 不是 $\odot O$ 的直径, AD 的中点为 M , 且 $MB = MC$, 证明: $\triangle ADE$ 为等边三角形.



23. 已知曲线 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, 直线 $l: \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = 2 - 2t, \end{cases}$ (t 为参数).

(1) 写出曲线 C 的参数方程, 直线 l 的普通方程;

(2) 过曲线 C 上任一点 P 作与 l 夹角为 30° 的直线, 交 l 于点 A , 求 $|PA|$ 的最大值与最小值.

24. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \sqrt{ab}$.

(1) 求 $a^3 + b^3$ 的最小值;

(2) 是否存在 a, b , 使得 $2a + 3b = 6$? 并说明理由.