2014 普通高等学校招生考试 (全国卷 II 文)

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{-2,\ 0,\ 2\}$, $B=\{x \mid x^2-x-2=0\}$, 则 $A\cap B=$ ( )

(A) $\varnothing$　(B) $\{2\}$　(C) $\{0\}$　(D) $\{-2\}$

2. $\dfrac{1+3\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=$ ( )

(A) $1+2\mathrm{i}$　(B) $-1+2\mathrm{i}$　(C) $1-2\mathrm{i}$　(D) $-1-2\mathrm{i}$

3. 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处导数存在, 若 p: $f'(x_0)=0$; q: $x=x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 则 ( )

(A) p 是 q 的充分必要条件

(B) p 是 q 的充分条件, 但不是 q 的必要条件

(C) p 是 q 的必要条件, 但不是 q 的充分条件

(D) p 既不是 q 的充分条件, 也不是 q 的必要条件

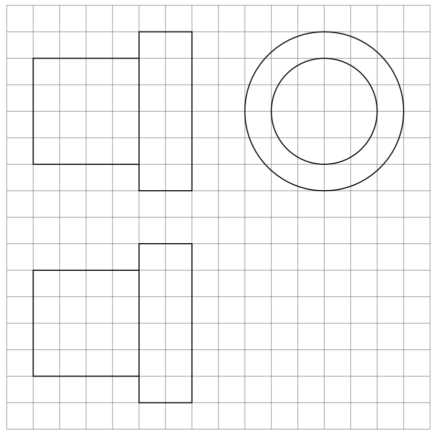
4. 设向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$, $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{6}$, 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ ( )

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 5

5. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差是 2, 若 a_2, a_4, a_8 成等比数列, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$ ( )

(A) $n(n+1)$　(B) $n(n-1)$　(C) $\dfrac{n(n+1)}{2}$　(D) $\dfrac{n(n-1)}{2}$

6. 如图, 网格纸上正方形小格的边长为 1 (表示 1 cm), 图中粗线画出的是某零件的三视图, 该零件由一个底面半径为 3 cm, 高为 6 cm 的圆柱体毛坯切削得到, 则切削掉的部分的体积与原来毛坯体积的比值为 ( )

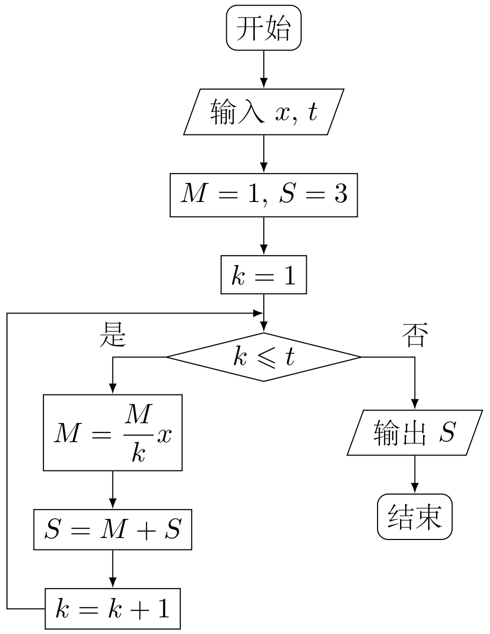


(A) $\dfrac{17}{27}$　(B) $\dfrac{5}{9}$　(C) $\dfrac{10}{27}$　(D) $\dfrac{1}{3}$

7. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2, 侧棱长为 $\sqrt{3}$, D 为 BC 中点, 则三棱锥 $A-B_1DC_1$ 的体积为 ( )

(A) 3　(B) $\dfrac{3}{2}$　(C) 1　(D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

8. 执行如图所示的程序框图, 如果输入的 x, t 均为 2, 则输出的 $S=$ ( )



(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7

9. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-1\geqslant 0, \\ x-y-1\leqslant 0, \\ x-3y+3\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最大值为 ( )

(A) 8　(B) 7　(C) 2　(D) 1

10. 设 F 为抛物线 C: $y^2=3x$ 的焦点, 过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB|=$ ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$　(B) 6　(C) 12　(D) $7\sqrt{3}$

11. 若函数 $f(x)=kx-\ln x$ 在区间 $(1,+\infty)$ 单调递增, 则 k 的取值范围是( )

(A) $(-\infty,-2]$　(B) $(-\infty,-1]$　(C) $[2,+\infty)$　(D) $[1,+\infty)$

12. 设点 $M(x_0,1)$, 若在圆 O: $x^2+y^2=1$ 上存在点 N, 使得 $\angle OMN=45^\circ$, 则 x_0 的取值范围是 ( )

(A) $[-1,1]$　(B) $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$　(C) $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　(D) $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

二、填空题

13. 甲、乙两名运动员各自等可能地从红、白、蓝 3 种颜色的运动服中选择 1 种, 则他们选择相同颜色运动服的概率为______.

14. 函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)-2\sin\varphi\cos x$ 的最大值为______.

15. 偶函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称, $f(3)=3$, 则 $f(-1)=$______.

16. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\dfrac{1}{1-a_n}$, $a_8=2$, 则 $a_1=$______.

三、解答题

17. 四边形 $ABCD$ 的内角 A 与 C 互补, $AB=1$, $BC=3$, $CD=DA=2$.

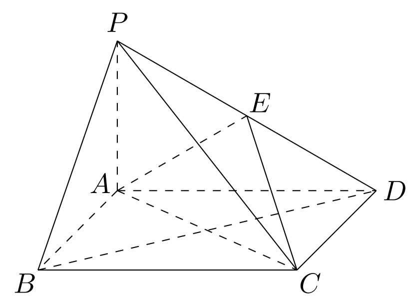
(1) 求 C 和 BD;

(2) 求四边形 $ABCD$ 的面积.

18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PA\perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PD 的中点.

(1) 证明: $PB\mathbin{/\mkern-5mu/}$ 平面 AEC;

(2) 设 $AP=1$, $AD=\sqrt{3}$, 三棱锥 $P-ABD$ 的体积 $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, 求 A 到平面 PBC 的距离.



19. 某市为了考核甲、乙两部门的工作情况, 随机访问了 50 位市民, 根据这 50 位市民对这两部门的评分 (评分越高表明市民的评价越高), 绘制茎叶图如下:

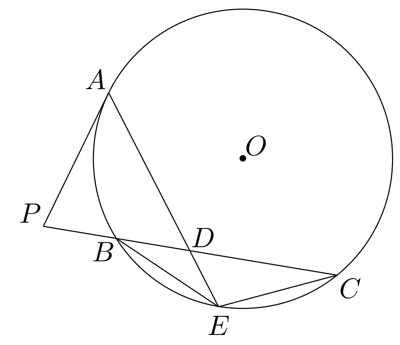
甲部门		乙部门
	3	5 9
4	4	0 4 4 8
9 7	5	1 2 2 4 5 6 6 7 7 7 8 9
9 7 6 6 5 3 3 2 1 1 0	6	0 1 1 2 3 4 6 8 8
9 8 8 7 7 7 6 6 5 5 5 5 5 4 4 4 3 3 3 2 1 0 0	7	0 0 1 1 3 4 4 9
6 6 5 5 2 0 0	8	1 2 3 3 4 5
6 3 2 2 2 0	9	0 1 1 4 5 6
	10	0 0 0

(1) 分别估计该市的市民对甲、乙两部门评分的中位数;
(2) 分别估计该市的市民对甲、乙两部门的评分高于 90 的概率;
(3) 根据茎叶图分析该市的市民对甲、乙两部门的评价.

20. 设 F_1、F_2 分别是椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点, M 是 C 上一点且 MF_2 与 x 轴垂直, 直线 MF_1 与 C 的另一个交点为 N.
(1) 若直线 MN 的斜率为 $\dfrac{3}{4}$, 求 C 的离心率;
(2) 若直线 MN 在 y 轴上的截距为 2, 且 $|MN|=5|F_1N|$, 求 a, b.

21. 已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+ax+2$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,2)$ 处的切线与 x 轴交点的横坐标为 -2.
(1) 求 a;
(2) 证明: 当 $k<1$ 时, 曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=kx-2$ 只有一个交点.

22. 如图, P 是 $\odot O$ 外一点, PA 是切线, A 为切点, 割线 PBC 与 $\odot O$ 相交于点 B, C, $PC=2PA$, D 为 PC 的中点, AD 的延长线交 $\odot O$ 于点 E. 证明:
(1) $BE=EC$;
(2) $AD\cdot DE=2PB^2$.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 半圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$, $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.
(1) 求 C 的参数方程;
(2) 设点 D 在 C 上, C 在 D 处的切线与直线 $l: y=\sqrt{3}x+2$ 垂直, 根据 (1) 中你得到的参数方程, 确定点 D 的坐标.

24. 设函数 $f(x)=\left|x+\dfrac{1}{a}\right|+|x-a|\ \ (a>0)$.
(1) 证明: $f(x)\geqslant 2$;
(2) 若 $f(3)<5$, 求 a 的取值范围.