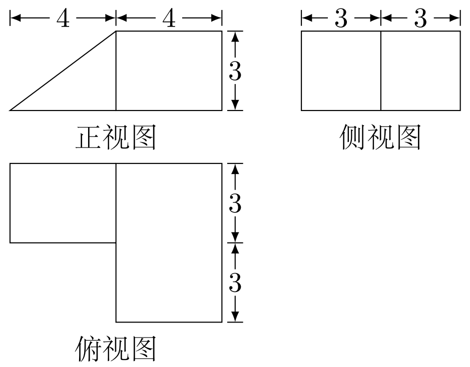
2014 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

一、选择题

1. 设全集 $U=\{x\in\mathbf{N}\mid x\geqslant 2\}$, 集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid x^2\geqslant 5\}$, 则 $\complement_U A=$ ( )
(A) $\varnothing$　(B) $\{2\}$　(C) $\{5\}$　(D) $\{2,5\}$

2. 已知 i 是虚数单位, $a,b\in\mathbf{R}$, 则"$a=b=1$"是"$(a+b\mathrm{i})^2=2\mathrm{i}$"的 ( )
(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则此几何体的表面积是 ( )



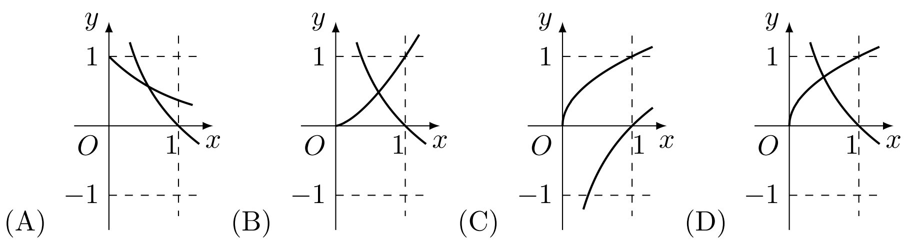
(A) 90 cm^2　(B) 129 cm^2　(C) 132 cm^2　(D) 138 cm^2

4. 为了得到函数 $y=\sin 3x+\cos 3x$ 的图象, 可以将函数 $y=\sqrt{2}\cos 3x$ 的图象 ( )
(A) 向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位　(B) 向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位
(C) 向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位　(D) 向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位

5. 在 $(1+x)^6(1+y)^4$ 的展开式中, 记 x^my^n 项的系数为 $f(m,n)$, 则 $f(3,0)+f(2,1)+f(1,2)+f(0,3)=$ ( )
(A) 45　(B) 60　(C) 120　(D) 210

6. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, 且 $0<f(-1)=f(-2)=f(-3)\leqslant 3$, 则 ( )
(A) $c\leqslant 3$　(B) $3<c\leqslant 6$　(C) $6<c\leqslant 9$　(D) $c>9$

7. 在同一直角坐标系中, 函数 $f(x)=x^a\ (x\geqslant 0)$, $g(x)=\log_a x$ 的图象可能是 ( )



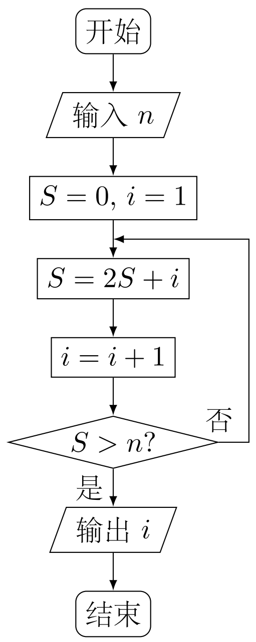
8. 记 $\max\{x,y\}=\begin{cases}x, & x\geqslant y,\\ y, & x<y,\end{cases}$ $\min\{x,y\}=\begin{cases}y, & x\geqslant y,\\ x, & x<y,\end{cases}$ 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 为平面向量, 则 ( )
(A) $\min\{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|,\ |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\}\leqslant\min\{|\boldsymbol{a}|,\ |\boldsymbol{b}|\}$
(B) $\min\{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|,\ |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\}\geqslant\min\{|\boldsymbol{a}|,\ |\boldsymbol{b}|\}$
(C) $\max\left\{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2,\ |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2\right\}\leqslant|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2$
(D) $\max\left\{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2,\ |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2\right\}\geqslant|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2$

9. 已知甲盒中仅有 1 个球且为红球, 乙盒中有 m 个红球和 n 个蓝球 $(m\geqslant 3,\ n\geqslant 3)$, 从乙盒中随机抽取 $i\ (i=1,\ 2)$ 个球放入甲盒中.
(a) 放入 i 个球后, 甲盒中含有红球的个数记为 $\xi_i\ (i=1,\ 2)$;
(b) 放入 i 个球后, 从甲盒中取 1 个球是红球的概率记为 $p_i\ (i=1,\ 2)$.
则 ( )
(A) $p_1>p_2$, $E(\xi_1)<E(\xi_2)$　(B) $p_1<p_2$, $E(\xi_1)>E(\xi_2)$
(C) $p_1>p_2$, $E(\xi_1)>E(\xi_2)$　(D) $p_1<p_2$, $E(\xi_1)<E(\xi_2)$

10. 设函数 $f_1(x)=x^2$, $f_2(x)=2(x-x^2)$, $f_3(x)=\dfrac{1}{3}|\sin 2\pi x|$, $a_i=\dfrac{i}{99}$, $i=0,1,2,\cdots,99$. 记 $I_k=|f_k(a_1)-f_k(a_0)|+|f_k(a_2)-f_k(a_1)|+\cdots+|f_k(a_{99})-f_k(a_{98})|$, $k=1,2,3$, 则 ( )
(A) $I_1<I_2<I_3$　(B) $I_2<I_1<I_3$　(C) $I_1<I_3<I_2$　(D) $I_3<I_2<I_1$

二、填空题

11. 若某程序框图如图所示, 当输入 50 时, 则该程序运行后输出的结果是______.



12. 随机变量 ξ 的取值为 0, 1, 2, 若 $P(\xi=0)=\dfrac{1}{5}$, $E(\xi)=1$, 则 $D(\xi)=$______.

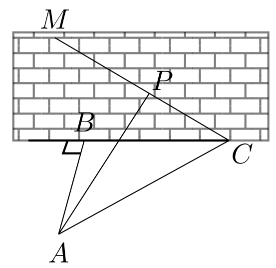
13. 当实数 x, y 满足 $\begin{cases}x+2y-4\leqslant 0,\\ x-y-1\leqslant 0,\\ x\geqslant 1\end{cases}$ 时, $1\leqslant ax+y\leqslant 4$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是______.

14. 在 8 张奖券中有一、二、三等奖各 1 张, 其余 5 张无奖. 将这 8 张奖券分配给 4 个人, 每人 2 张, 不同的获奖情况有______种 (用数字作答).

15. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+x, & x<0,\\ -x^2, & x\geqslant 0.\end{cases}$ 若 $f(f(a))\leqslant 2$, 则实数 a 的取值范围是______.

16. 设直线 $x-3y+m=0\ (m\neq 0)$ 与双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的两条渐近线分别交于点 A, B. 若点 $P(m,0)$ 满足 $|PA|=|PB|$, 则该双曲线的离心率是______.

17. 如图, 某人在垂直于水平地面 ABC 的墙面前的点 A 处进行射击训练. 已知点 A 到墙面的距离为 AB, 某目标点 P 沿墙面上的射线 CM 移动, 此人为了准确瞄准目标点 P, 需计算由点 A 观察点 P 的仰角 θ 的大小. 若 $AB=15$ m, $AC=25$ m, $\angle BCM=30^\circ$, 则 $\tan\theta$ 的最大值是______. (仰角 θ 为直线 AP 与平面 ABC 所成角)



三、解答题

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $a\neq b$, $c=\sqrt{3}$, $\cos^2A-\cos^2B=\sqrt{3}\sin A\cos A-\sqrt{3}\sin B\cos B$.
(1) 求角 C 的大小;
(2) 若 $\sin A=\dfrac{4}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1a_2a_3\cdots a_n = \left(\sqrt{2}\right)^{b_n}$ $(n \in \mathbf{N}^*)$. 若 $\{a_n\}$ 为等比数列, 且 $a_1 = 2$, $b_3 = 6 + b_2$.

(1) 求 a_n 与 b_n;

(2) 设 $c_n = \dfrac{1}{a_n} - \dfrac{1}{b_n}$ $(n \in \mathbf{N}^*)$. 记数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n.

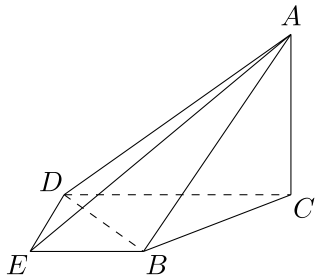
① 求 S_n;

② 求正整数 k, 使得对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 均有 $S_k \geqslant S_n$.

20. 如图, 在四棱锥 $A-BCDE$ 中, 平面 $ABC \perp$ 平面 $BCDE$, $\angle CDE = \angle BED = 90^\circ$, $AB = CD = 2$, $DE = BE = 1$, $AC = \sqrt{2}$.

(1) 证明: $DE \perp$ 平面 ACD;

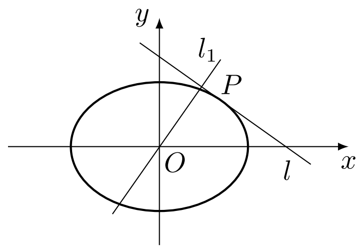
(2) 求二面角 $B-AD-E$ 的大小.



21. 如图, 设椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$, 动直线 l 与椭圆 C 只有一个公共点 P, 且点 P 在第一象限.

(1) 已知直线 l 的斜率为 k, 用 a, b, k 表示点 P 的坐标;

(2) 若过原点 O 的直线 l_1 与 l 垂直, 证明: 点 P 到直线 l_1 的距离的最大值为 $a-b$.



22. 已知函数 $f(x) = x^3 + 3|x-a|$ $(a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值和最小值分别记为 $M(a)$, $m(a)$, 求 $M(a) - m(a)$;

(2) 设 $b \in \mathbf{R}$, 若 $[f(x)+b]^2 \leqslant 4$ 对 $x \in [-1,1]$ 恒成立, 求 $3a+b$ 的取值范围.