2014 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

一、选择题

1. 实部为 -2, 虚部为 1 的复数所对应的点位于复平面的　(　)

　(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_3+a_5=10$, 则 $a_7=$　(　)

　(A) 5　(B) 8　(C) 10　(D) 14

3. 某中学有高中生 3500 人, 初中生 1500 人, 为了解学生的学习情况, 用分层抽样的方法从该校学生中抽取一个容量为 n 的样本, 已知从高中生中抽取 70 人, 则 n 为　(　)

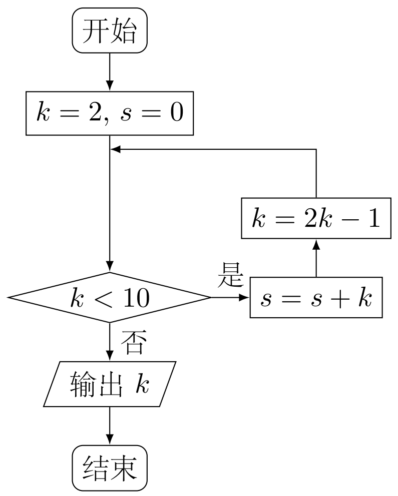
　(A) 100　(B) 150　(C) 200　(D) 250

4. 下列函数为偶函数的是　(　)

　(A) $f(x)=x-1$　(B) $f(x)=x^2+x$

　(C) $f(x)=2^x-2^{-x}$　(D) $f(x)=2^x+2^{-x}$

5. 执行如图所示的程序框图, 则输出 s 的值为　(　)

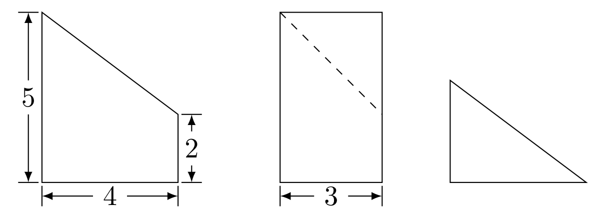


　(A) 10　(B) 17　(C) 19　(D) 36

6. 已知命题 p: 对任意 $x\in\mathbf{R}$, 总有 $|x|\geqslant 0$; q: $x=1$ 是方程 $x+2=0$ 的根, 则下列命题为真命题的是　(　)

　(A) $p\wedge\neg q$　(B) $\neg p\wedge q$　(C) $\neg p\wedge\neg q$　(D) $p\wedge q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为　(　)



正视图　左视图　俯视图

　(A) 12　(B) 18　(C) 24　(D) 30

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点, 双曲线上存在一点 P 使得 $(|PF_1|-|PF_2|)^2=b^2-3ab$, 则该双曲线的离心率为　(　)

　(A) $\sqrt{2}$　(B) $\sqrt{15}$　(C) 4　(D) $\sqrt{17}$

9. 若 $\log_4(3a+4b)=\log_2\sqrt{ab}$, 则 $a+b$ 的的最小值是　(　)

　(A) $6+2\sqrt{3}$　(B) $7+2\sqrt{3}$　(C) $6+4\sqrt{3}$　(D) $7+4\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}-3, & x\in(-1,0]\,,\\ x, & x\in(0,1]\,,\end{cases}$ 且 $g(x)=f(x)-mx-m$ 在 $(-1,1]$ 内有且仅有两个不同的零点, 则实数 m 的取值范围是　(　)

　(A) $\left(-\dfrac{9}{4},-2\right]\cup\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　(B) $\left(-\dfrac{11}{4},-2\right]\cup\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$

　(C) $\left(-\dfrac{9}{4},-2\right]\cup\left(0,\dfrac{2}{3}\right]$　(D) $\left(-\dfrac{11}{4},-2\right]\cup\left(0,\dfrac{2}{3}\right]$

二、填空题

11. 已知集合 $A=\{3,\ 4,\ 5,\ 12,\ 13\}$, $B=\{2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13\}$, 则 $A\cap B=$______.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°, 且 $\boldsymbol{a}=(-2,-6)$, $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$, 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$______.

13. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(\omega>0,\ -\dfrac{\pi}{2}\leqslant\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 图象上每一点的横坐标缩短为原来的一半, 纵坐标不变, 再向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $y=\sin x$ 的图象, 则 $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=$______.

14. 已知直线 $x-y+a=0$ 与圆心为 C 的圆 $x^2+y^2+2x-4y-4=0$ 相交于 A, B 两点, 且 $AC\perp BC$, 则实数 a 的值为______.

15. 某校早上 $8:00$ 上课, 假设该校学生小张与小王在早上 $7:30-7:50$ 之间到校, 且每人在该时间段的任何时刻到校是等可能的, 则小张比小王至少早 5 分钟到校的概率为______. (用数字作答)

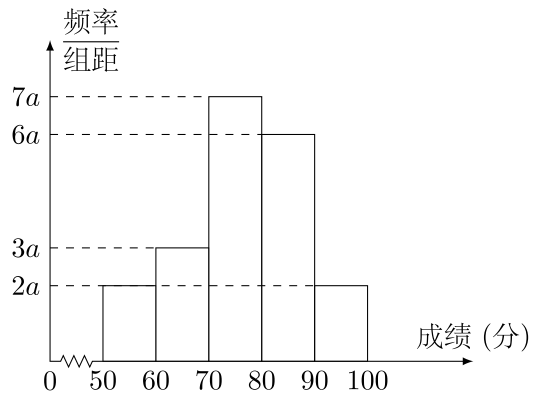
三、解答题

16. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列, S_n 表示 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(1) 求 a_n 及 S_n;

(2) 设 $\{b_n\}$ 是首项为 2 的等比数列, 公比 q 满足 $q^2-(a_4+1)q+S_4=0$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式及其前 n 项和 T_n.

17. 20 名学生某次数学考试成绩 (单位: 分) 的频率分布直方图如图.



(1) 求频率分布直方图中 a 的值;

(2) 分别求出成绩落在 $[50,60)$ 与 $[60,70)$ 中的学生人数;

(3) 从成绩在 $[50,70)$ 的学生中任选 2 人, 求此 2 人的成绩都在 $[60,70)$ 中的概率.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 且 $a+b+c=8$.

(1) 若 $a=2$, $b=\dfrac{5}{2}$, 求 $\cos C$ 的值;

(2) 若 $\sin A\cos^2\dfrac{B}{2}+\sin B\cos^2\dfrac{A}{2}=2\sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{9}{2}\sin C$, 求 a 和 b 的值.

19. 已知函数 $f(x)=\frac{x}{4}+\frac{a}{x}-\ln x-\frac{3}{2}$, 其中 $a\in\mathbf{R}$, 且曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线垂直于 $y=\frac{1}{2}x$.

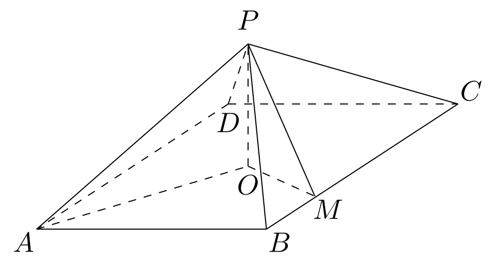
(1) 求 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值.

20. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是以 O 为中心的菱形, $PO\perp$ 底面 $ABCD$, $AB=2$, $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$, M 为 BC 上一点, 且 $BM=\frac{1}{2}$.

(1) 证明: $BC\perp$ 平面 POM;

(2) 若 $MP\perp AP$, 求四棱锥 $P-ABMO$ 的体积.



21. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2, 点 D 在椭圆上, $DF_1\perp F_1F_2$, $\frac{|F_1F_2|}{|DF_1|}=2\sqrt{2}$, $\triangle DF_1F_2$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求该椭圆的标准方程;

(2) 是否存在圆心在 y 轴上的圆, 使圆在 x 轴的上方与椭圆有两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点? 若存在, 求出圆的方程; 若不存在, 请说明理由.