# 2014 普通高等学校招生考试 (重庆卷理)

## 一、选择题

1. 在复平面内表示复数 $\mathrm{i}\,(1-2\mathrm{i})$ 的点位于 ( )

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

2. 对任意等比数列 $\{a_n\}$, 下列说法一定正确的是 ( )

(A) $a_1, a_3, a_9$ 成等比数列　(B) $a_2, a_3, a_6$ 成等比数列

(C) $a_2, a_4, a_8$ 成等比数列　(D) $a_3, a_6, a_9$ 成等比数列

3. 已知变量 $x$ 与 $y$ 正相关, 且由观测数据算得样本平均数 $\bar{x}=3$, $\bar{y}=3.5$, 则由该观测数据算得的线性回归方程可能是 ( )

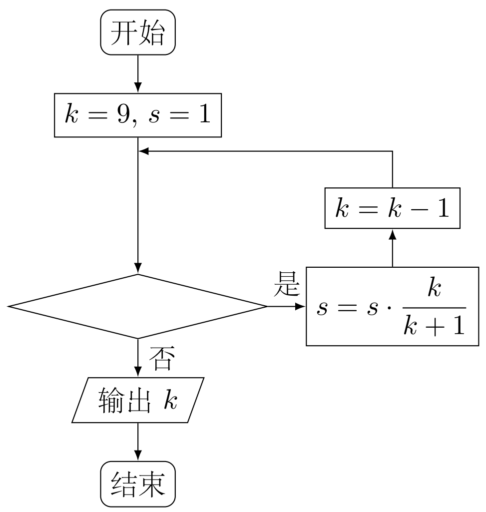
(A) $\widehat{y}=0.4x+2.3$　(B) $\widehat{y}=2x-2.4$

(C) $\widehat{y}=-2x+9.5$　(D) $\widehat{y}=-0.3x+4.4$

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(k,3)$, $\boldsymbol{b}=(1,4)$, $\boldsymbol{c}=(2,1)$, 且 $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$, 则实数 $k=$ ( )

(A) $-\frac{9}{2}$　(B) 0　(C) 3　(D) $\frac{15}{2}$

5. 执行如图所示的程序框图, 若输出 $k$ 的值为 6, 则判断框内可填入的条件是 ( )

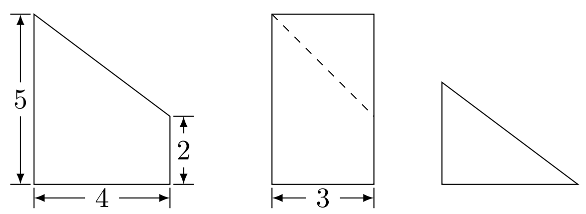



(A) $s>\frac{1}{2}$　(B) $s>\frac{3}{5}$　(C) $s>\frac{7}{10}$　(D) $s>\frac{4}{5}$

6. 已知命题 $p$: 对任意 $x\in\mathbf{R}$, 总有 $2^x>0$; $q$: "$x>1$"是"$x>2$"的充分不必要条件. 则下列命题为真命题的是 ( )

(A) $p\wedge q$　(B) $\neg p\wedge\neg q$　(C) $\neg p\wedge q$　(D) $p\wedge\neg q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ( )




正视图　左视图　俯视图

(A) 54　(B) 60　(C) 66　(D) 72

8. 设 $F_1, F_2$ 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点, 双曲线上存在一点 $P$ 使得 $|PF_1|+|PF_2|=3b$, $|PF_1|\cdot|PF_2|=\frac{9}{4}ab$, 则该双曲线的离心率为 ( )

(A) $\frac{4}{3}$　(B) $\frac{5}{3}$　(C) $\frac{9}{4}$　(D) 3

9. 某次联欢会要安排 3 个歌舞类节目, 2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序, 则同类节目不相邻的排法种数是 ( )

(A) 72　(B) 120　(C) 144　(D) 168

10. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A$, $B$, $C$ 满足 $\sin 2A+\sin(A-B+C)=\sin(C-A-B)+\frac{1}{2}$, 面积 $S$ 满足 $1\leqslant S\leqslant 2$, 记 $a$, $b$, $c$ 分别为 $A$, $B$, $C$ 所对的边, 则下列不等式一定成立的是 ( )

(A) $bc\,(b+c)>8$　(B) $ab\,(a+b)>16\sqrt{2}$

(C) $6\leqslant abc\leqslant 12$　(D) $12\leqslant abc\leqslant 24$

## 二、填空题

11. 设全集 $U=\{n\in\mathbf{N}\mid 1\leqslant n\leqslant 10\}$, $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8\}$, $B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, 则 $(\complement_U A)\cap B=$______.

12. 函数 $f(x)=\log_2\sqrt{x}\cdot\log_{\sqrt{2}}(2x)$ 的最小值为______.

13. 已知直线 $ax+y-2=0$ 与圆心为 $C$ 的圆 $(x-1)^2+(y-a)^2=4$ 相交于 $A, B$ 两点, 且 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则实数 $a=$______.

14. 过圆外一点 $P$ 作圆的切线 $PA$ ($A$ 为切点), 再作割线 $PBC$ 依次交圆于 $B, C$, 若 $PA=6$, $AC=8$, $BC=9$, 则 $AB=$______.

15. 已知直线 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=3+t,\end{cases}$ ($t$ 为参数), 以坐标原点为极点, $x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta-4\cos\theta=0$ ($\rho\geqslant 0,\ 0\leqslant\theta<2\pi$), 则直线 $l$ 与曲线 $C$ 的公共点的极径 $\rho=$______.

16. 若不等式 $|2x-1|+|x+2|\geqslant a^2+\frac{1}{2}a+2$ 对任意实数 $x$ 恒成立, 则实数 $a$ 的取值范围是______.

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(\omega>0,\ -\frac{\pi}{2}\leqslant\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称, 且图象上相邻两个最高点的距离为 $\pi$.

(1) 求 $\omega$ 和 $\varphi$ 的值;

(2) 若 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\left(\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{2\pi}{3}\right)$, 求 $\cos\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)$ 的值.

18. 一盒中装有 9 张各写有一个数字的卡片, 其中 4 张卡片上的数字是 1, 3 张卡片上的数字是 2, 2 张卡片上的数字是 3, 从盒中任取 3 张卡片.

(1) 求所取 3 张卡片上的数字完全相同的概率;

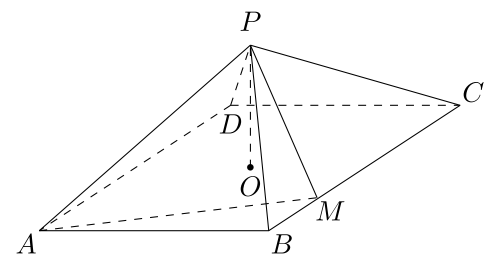
(2) $X$ 表示所取 3 张卡片上的数字的中位数, 求 $X$ 的分布列与数学期望.

(注: 若三个数 $a, b, c$ 满足 $a\leqslant b\leqslant c$, 则称 $b$ 为这三个数的中位数)

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是以 $O$ 为中心的菱形, $PO\perp$ 底面 $ABCD$, $AB=2$, $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$, $M$ 为 $BC$ 上一点, 且 $BM=\frac{1}{2}$, $MP\perp AP$.

(1) 求 $PO$ 的长;

(2) 求二面角 $A-PM-C$ 的正弦值.



20. 已知函数 $f(x)=a\mathrm{e}^{2x}-b\mathrm{e}^{-2x}-cx$ $(a,\ b,\ c\in\mathbf{R})$ 的导函数 $f'(x)$ 为偶函数, 且曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线的斜率为 $4-c$.

(1) 确定 $a$, $b$ 的值;

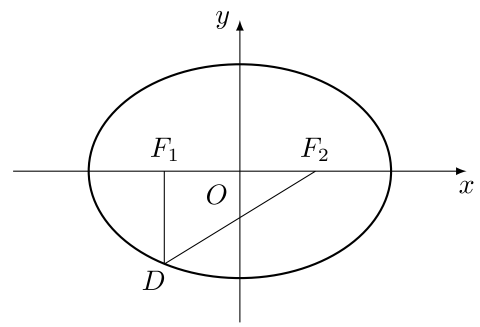
(2) 若 $c=3$, 判断 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若 $f(x)$ 有极值, 求 $c$ 的取值范围.

21. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$, 点 $D$ 在椭圆上, $DF_1\perp F_1F_2$, $\dfrac{|F_1F_2|}{|DF_1|}=2\sqrt{2}$, $\triangle DF_1F_2$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求该椭圆的标准方程;

(2) 设圆心在 $y$ 轴上的圆与椭圆在 $x$ 轴的上方有两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点, 求圆的半径.




22. 设 $a_1=1$, $a_{n+1}=\sqrt{a_n^2-2a_n+2}+b$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 若 $b=1$, 求 $a_2$, $a_3$ 及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b=-1$, 问: 是否存在实数 $c$, 使得 $a_{2n}<c<a_{2n+1}$ 对所有 $n\in\mathbf{N}^*$ 成立? 证明你的结论.