2014 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $M=\{x\mid x\geqslant 0,\ x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{x\mid x^2<1,\ x\in\mathbf{R}\}$, 则 $M\cap N=$ ( )

(A) $[0,1]$ (B) $(0,1)$ (C) $(0,1]$ (D) $[0,1)$

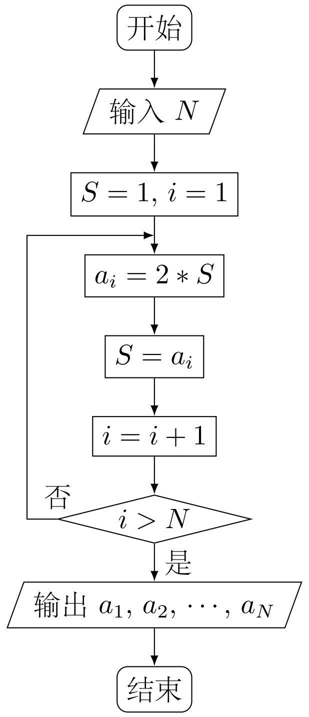
2. 函数 $f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π

3. 已知复数 $z=2-\mathrm{i}$, 则 $z\cdot\overline{z}$ 的值为 ( )

(A) 5 (B) $\sqrt{5}$ (C) 3 (D) $\sqrt{3}$

4. 根据如图所示的框图, 对大于 2 的整数 N, 输出的数列的通项公式是 ( )



(A) $a_n=2n$ (B) $a_n=2(n-1)$ (C) $a_n=2^n$ (D) $a_n=2^{n-1}$

5. 将边长为 1 的正方形以其一边所在直线为旋转轴旋转一周, 所得几何体的侧面积为 ( )

(A) 4π (B) 3π (C) 2π (D) π

6. 从正方形四个顶点及其中心这 5 个点中, 任取 2 个点, 则这 2 个点的距离不小于该正方形边长的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{5}$ (B) $\dfrac{2}{5}$ (C) $\dfrac{3}{5}$ (D) $\dfrac{4}{5}$

7. 下列函数中, 满足"$f(x+y)=f(x)f(y)$"的单调递增函数是 ( )

(A) $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ (B) $f(x)=x^3$ (C) $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ (D) $f(x)=3^x$

8. 原命题为"若 $\dfrac{a_n+a_{n+1}}{2}<a_n,\ n\in\mathbf{N}_+$, 则 $\{a_n\}$ 为递减数列", 关于逆命题, 否命题, 逆否命题真假性的判断依次如下, 正确的是 ( )

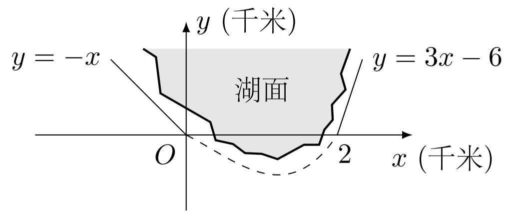
(A) 真, 真, 真 (B) 假, 假, 真 (C) 真, 真, 假 (D) 假, 假, 假

9. 某公司 10 位员工的月工资 (单位: 元) 为 $x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{10}$, 其均值和方差分别为 $\overline{x}$ 和 s^2, 若从下月起每位员工的月工资增加 100 元, 则这 10 位员工下月工资的均值和方差分别为 ( )

(A) $\overline{x},\ s^2+100^2$ (B) $\overline{x}+100,\ s^2+100^2$

(C) $\overline{x},\ s^2$ (D) $\overline{x}+100,\ s^2$

10. 如图, 修建一条公路需要一段环湖弯曲路段与两条直道平滑连接 (相切), 已知环湖弯曲路段为某三次函数图象的一部分, 则该函数的解析式为 ( )



(A) $y=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-x$ (B) $y=\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{1}{2}x^2-3x$

(C) $y=\dfrac{1}{4}x^3-x$ (D) $y=\dfrac{1}{4}x^3+\dfrac{1}{2}x^2-2x$

二、填空题

11. 抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为______.

12. 已知 $4^a=2$, $\lg x=a$, 则 $x=$______.

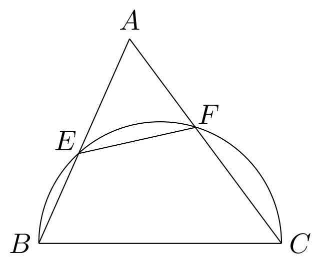
13. 设 $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$, 向量 $\boldsymbol{a}=(\sin2\theta,\cos\theta)$, $\boldsymbol{b}=(1,-\cos\theta)$, 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, 则 $\tan\theta=$______.

14. 已知 $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$, $x\geqslant 0$, 若 $f_1(x)=f(x)$, $f_{n+1}(x)=f(f_n(x))$, $n\in\mathbf{N}_+$, 则 $f_{2014}(x)$ 的表达式为______.

15. 三选一.

【A】设 $a,\ b,\ m,\ n\in\mathbf{R}$, 且 $a^2+b^2=5$, $ma+nb=5$, 则 $\sqrt{m^2+n^2}$ 的最小值为______.

【B】如图, $\triangle ABC$ 中, $BC=6$, 以 BC 为直径的半圆分别交 AB, AC 于点 E, F, 若 $AC=2AE$, 则 $EF=$______.



【C】在极坐标系中, 点 $\left(2,\dfrac{\pi}{6}\right)$ 到直线 $\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=1$ 的距离是______.

三、解答题

16. $\triangle ABC$ 的内角 $A,\ B,\ C$ 所对的边分别为 $a,\ b,\ c$.

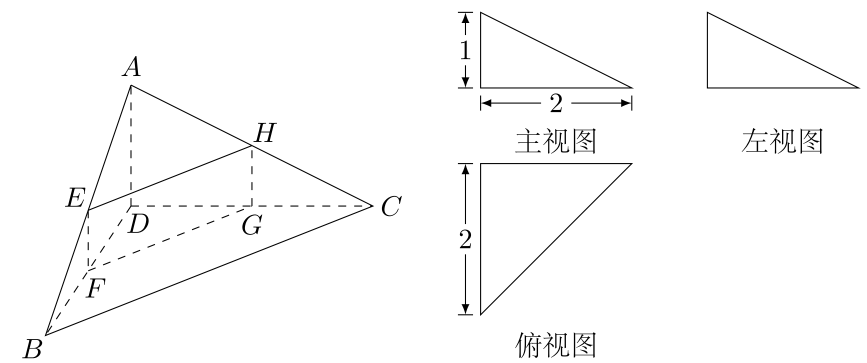
(1) 若 $a,\ b,\ c$ 成等差数列, 证明: $\sin A+\sin C=2\sin(A+C)$;

(2) 若 $a,\ b,\ c$ 成等比数列, 且 $c=2a$, 求 $\cos B$ 的值.

17. 四面体 $ABCD$ 及其三视图如图所示, 过棱 AB 的中点 E 作平行于 AD, BC 的平面分别交四面体的棱 $BD,\ DC,\ CA$ 于点 $F,\ G,\ H$.

(1) 求四面体 $ABCD$ 的体积;

(2) 证明: 四边形 $EFGH$ 是矩形.



18. 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1,1)$, $B(2,3)$, $C(3,2)$, 点 $P(x,y)$ 在 $\triangle ABC$ 三边围成的区域 (含边界) 上, 且 $\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$ (m, $n\in\mathbf{R}$).

(1) 若 $m=n=\dfrac{2}{3}$, 求 $\left|\overrightarrow{OP}\right|$;

(2) 用 x, y 表示 $m-n$, 并求 $m-n$ 的最大值.

19. 某保险公司利用简单随机抽样方法, 对投保车辆进行抽样, 样本车辆中每辆车的赔付结果统计如下:

赔付金额 (元)	0	1000	2000	3000	4000
车辆数 (辆)	500	130	100	150	120

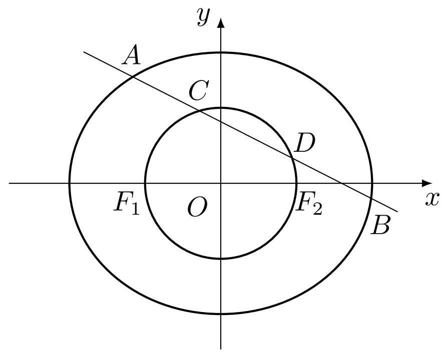
(1) 若每辆车的投保金额均为 2800 元, 估计赔付金额大于投保金额的概率;

(2) 在样本车辆中, 车主是新司机的占 10%, 在赔付金额为 4000 元的样本车辆中, 车主是新司机的占 20%, 估计在已投保车辆中, 新司机获赔金额为 4000 元的概率.

20. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 经过点 $\left(0,\sqrt{3}\right)$, 离心率为 $\dfrac{1}{2}$, 左右焦点分别为 $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若直线 l: $y=-\dfrac{1}{2}x+m$ 与椭圆交于 A, B 两点, 与以 F_1F_2 为直径的圆交于 C, D 两点, 且满足 $\dfrac{|AB|}{|CD|}=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$, 求直线 l 的方程.



21. 设函数 $f(x)=\ln x+\dfrac{m}{x}$, $m\in\mathbf{R}$.

(1) 当 $m=\mathrm{e}$ (e 为自然对数的底数) 时, 求 $f(x)$ 的极小值;

(2) 讨论函数 $g(x)=f'(x)-\dfrac{x}{3}$ 零点的个数;

(3) 若对任意 $b>a>0$, $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}<1$ 恒成立, 求 m 的取值范围.