

2015 普通高等学校招生考试 (北京卷文)

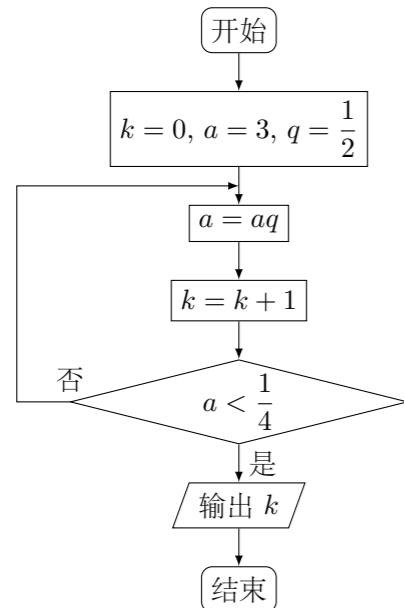
一、选择题

1. 若集合 $A = \{x | -5 < x < 2\}$, $B = \{x | -3 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $\{x | -3 < x < 2\}$ (B) $\{x | -5 < x < 2\}$
 (C) $\{x | -3 < x < 3\}$ (D) $\{x | -5 < x < 3\}$
2. 圆心为 $(1, 1)$ 且过原点的圆的方程是 ()
 (A) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ (B) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$
 (C) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ (D) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
3. 下列函数中为偶函数的是 ()
 (A) $y = x^2 \sin x$ (B) $y = x^2 \cos x$
 (C) $y = |\ln x|$ (D) $y = 2^{-x}$
4. 某校老年、中年和青年教师的人数见下表, 采用分层抽样的方法调查教师的身体状况, 在抽取的样本中, 青年教师有 320 人, 则该样本中的老年教师人数为 ()

类别	人数
老年教师	900
中年教师	1800
青年教师	1600
合计	4300

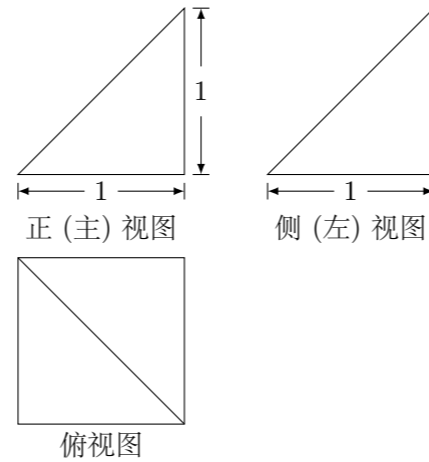
- (A) 90 (B) 100 (C) 180 (D) 300

5. 执行如图所示的程序框图, 输出 k 的值为



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

6. 设 a, b 是非零向量, “ $a \cdot b = |a| |b|$ ”是“ $a \parallel b$ ”的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
7. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥最长棱的棱长为 ()



- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

8. 某辆汽车每次加油都把油箱加满, 下表记录了该车相邻两次加油时的情况

加油时间	加油量 (升)	加油时的累计里程 (千米)
2015 年 5 月 1 日	12	35000
2015 年 5 月 15 日	48	35600

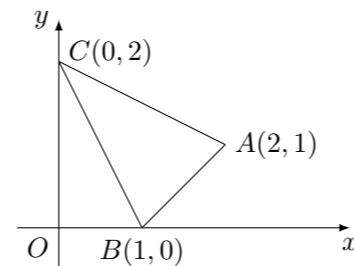
注: “累计里程”指汽车从出厂开始累计行驶的路程.

在这段时间内, 该车每 100 千米平均耗油量为 ()

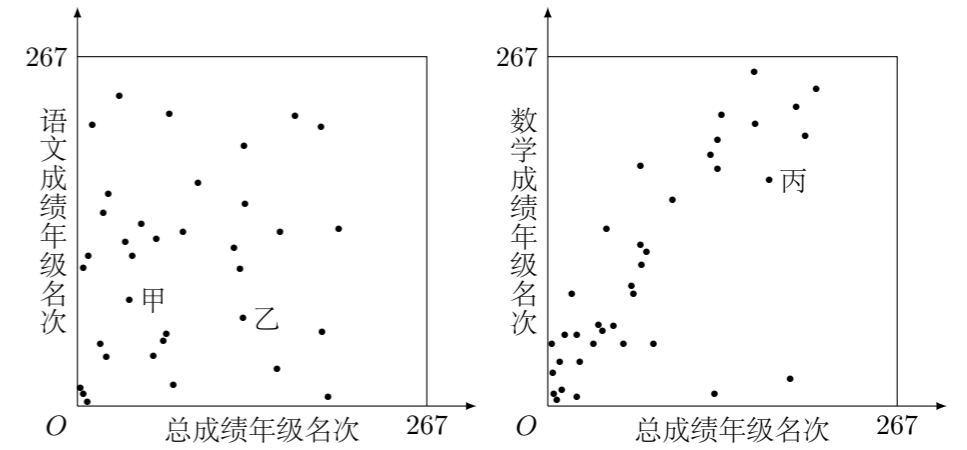
- (A) 6 升 (B) 8 升 (C) 10 升 (D) 12 升

二、填空题

9. 复数 $i(1 + i)$ 的实部为_____.
10. 2^{-3} , $3^{\frac{1}{2}}$, $\log_2 5$ 三个数中最大的数是_____.
11. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = \sqrt{6}$, $\angle A = \frac{2\pi}{3}$, 则 $\angle B =$ _____.
12. 已知 $(2, 0)$ 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 的一个焦点, 则 $b =$ _____.
13. 如图, $\triangle ABC$ 及其内部的点组成的集合记为 D , $P(x, y)$ 为 D 中任意一点, 则 $z = 2x + 3y$ 的最大值为_____.



14. 高三年级 267 位学生参加期末考试, 某班 37 位学生的语文成绩、数学成绩与总成绩在全年级中的排名情况如图所示, 甲、乙、丙为该班三位学生.



从这次考试成绩看,

- ① 在甲、乙两人中, 其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是_____;
 ② 在语文和数学两个科目中, 丙同学的成绩名次更靠前的科目是_____.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x) = \sin x - 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{x}{2}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
 (2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的最小值.

16. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 10$, $a_4 - a_3 = 2$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2 = a_3$, $b_3 = a_7$, 问: b_6 与数列 $\{a_n\}$ 的第几项相等?

17. 某超市随机选取 1000 位顾客, 记录了他们购买甲、乙、丙、丁四种商品的情况, 整理成如下统计表, 其中“√”表示购买, “×”表示未购买.

顾客人数	商品			
	甲	乙	丙	丁
100	√	×	√	√
217	×	√	×	√
200	√	√	√	×
300	√	×	√	×
85	√	×	×	×
98	×	√	×	×

- 估计顾客同时购买乙和丙的概率;
- 估计顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的概率;
- 如果顾客购买了甲, 则该顾客同时购买乙、丙、丁中哪种商品的可能性最大?

19. 设函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - k \ln x, k > 0$.

- 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
- 证明: 若 $f(x)$ 存在零点, 则 $f(x)$ 在区间 $(1, \sqrt{e}]$ 上仅有一个零点.

20. 已知椭圆 $C: x^2 + 3y^2 = 3$, 过点 $D(1, 0)$ 且不过点 $E(2, 1)$ 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 直线 AE 与直线 $x = 3$ 交于点 M .

- 求椭圆 C 的离心率;
- 若直线 AB 垂直于 x 轴, 求直线 BM 的斜率;
- 试判断直线 BM 与直线 DE 的位置关系, 并说明理由.

18. 如图, 在三棱锥 $V-ABC$ 中, 平面 $VAB \perp$ 平面 ABC , $\triangle VAB$ 为等边三角形, $AC \perp BC$ 且 $AC = BC = \sqrt{2}$, O, M 分别为 AB, VA 的中点.

- 求证: $VB \parallel$ 平面 MOC ;
- 求证: 平面 $MOC \perp$ 平面 VAB ;
- 求三棱锥 $V-ABC$ 的体积.

