

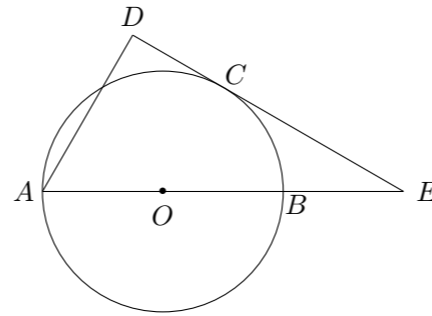
2015 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

一、选择题

1. 若集合 $M = \{-1, 1\}$, $N = \{-2, 1, 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $\{0, -1\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{0\}$ (D) $\{-1, 1\}$
2. 已知 i 是虚数单位, 则复数 $(1+i)^2 =$ ()
 (A) $2i$ (B) $-2i$ (C) 2 (D) -2
3. 下列函数中, 既不是奇函数, 也不是偶函数的是 ()
 (A) $y = x + \sin 2x$ (B) $y = x^2 - \cos x$
 (C) $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$ (D) $y = x^2 + \sin x$
4. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y \leq 2, \\ x + y \geq 0, \\ x \leq 4, \end{cases}$ 则 $z = 2x + 3y$ 的最大值为 ()
 (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 10
5. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $a = 2, c = 2\sqrt{3}$, $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 且 $b < c$, 则 $b =$ ()
 (A) 3 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{3}$
6. 若直线 l_1 和 l_2 是异面直线, l_1 在平面 α 内, l_2 在平面 β 内, l 是平面 α 与平面 β 的交线, 则下列命题正确的是 ()
 (A) l 与 l_1, l_2 都不相交 (B) l 与 l_1, l_2 都相交
 (C) l 至多与 l_1, l_2 中的一条相交 (D) l 至少与 l_1, l_2 中的一条相交
7. 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品, 现从 5 件产品中任取 2 件, 恰有一件次品的概率为 ()
 (A) 0.4 (B) 0.6 (C) 0.8 (D) 1
8. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1$ ($m > 0$) 的左焦点为 $F_1(-4, 0)$, 则 $m =$ ()
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9
9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\overrightarrow{AB} = (1, -2)$, $\overrightarrow{AD} = (2, 1)$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ()
 (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2
10. 若集合 $E = \{(p, q, r, s) \mid 0 \leq p < s \leq 4, 0 \leq q < s \leq 4, 0 \leq r < s \leq 4 \text{ 且 } p, q, r, s \in \mathbf{N}\}$, $F = \{(t, u, v, w) \mid 0 \leq t < u \leq 4, 0 \leq v < w \leq 4 \text{ 且 } t, u, v, w \in \mathbf{N}\}$, 用 $\text{card}(X)$ 表示集合 X 中元素个数, 则 $\text{card}(E) + \text{card}(F) =$ ()
 (A) 200 (B) 150 (C) 100 (D) 50

二、填空题

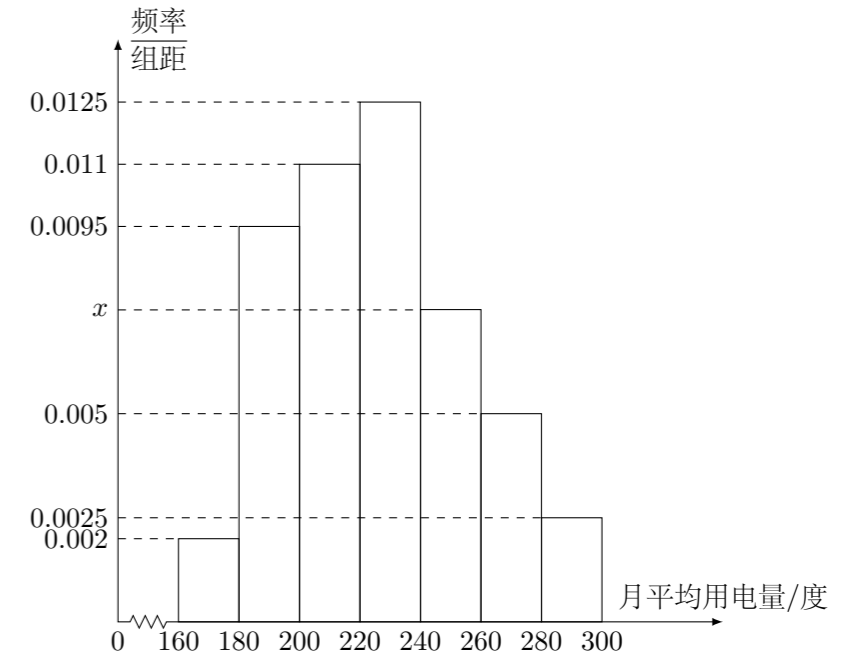
11. 不等式 $-x^2 - 3x + 4 > 0$ 的解集为_____. (用区间表示)
12. 已知样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的均值 $\bar{x} = 5$, 则样本数据 $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$ 的均值为_____.
13. 若三个正数 a, b, c 成等比数列, 其中 $a = 5 + 2\sqrt{6}, c = 5 - 2\sqrt{6}$, 则 $b =$ _____.
14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho(\cos \theta + \sin \theta) = -2$, 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = t^2, \\ y = 2\sqrt{2}t, \end{cases}$ (t 为参数), 则 C_1 与 C_2 交点的直角坐标为_____.
15. 如图, AB 为圆 O 的直径, E 为 AB 延长线上一点, 过 E 作圆 O 的切线, 切点为 C , 过 A 作直线 EC 的垂线, 垂足为 D . 若 $AB = 4, CE = 2\sqrt{3}$, 则 $AD =$ _____.



三、解答题

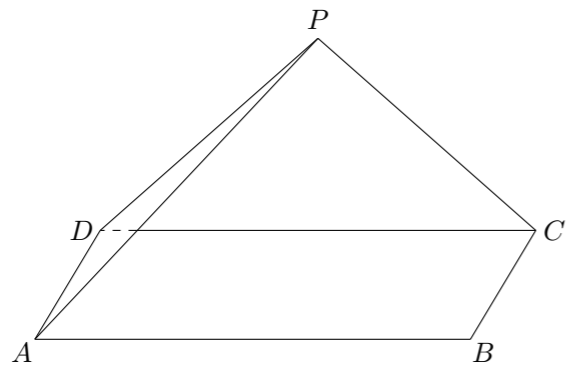
16. 已知 $\tan \alpha = 2$.
 (1) 求 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;
 (2) 求 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha - 1}$ 的值.

17. 某城市 100 户居民的月平均用电量 (单位: 度), 以 $[160, 180), [180, 200), [200, 220), [220, 240), [240, 260), [260, 280), [280, 300)$ 分组的频率分布直方图如图.



- (1) 求直方图中 x 的值;
- (2) 求月平均用电量的众数和中位数;
- (3) 在月平均用电量为 $[220, 240), [240, 260), [260, 280), [280, 300)$ 的四组用户中, 用分层抽样的方法抽取 11 户居民, 则月平均用电量在 $[220, 240)$ 的用户中应抽取多少户?

18. 如图, 三角形 PDC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直, $PD = PC = 4$, $AB = 6$, $BC = 3$.
- (1) 证明: $BC \parallel$ 平面 PDA ;
 - (2) 证明: $BC \perp PD$;
 - (3) 求点 C 到平面 PDA 的距离.



20. 已知过原点的动直线 l 与圆 $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 相交于不同的两点 A, B .
- (1) 求圆 C_1 的圆心坐标;
 - (2) 求线段 AB 的中点 M 的轨迹 C 的方程;
 - (3) 是否存在实数 k , 使得直线 $L: y = k(x - 4)$ 与曲线 C 只有一个交点? 若存在, 求出 k 的取值范围; 若不存在, 说明理由.

21. 设 a 为实数, 函数 $f(x) = (x - a)^2 + |x - a| - a(a - 1)$.
- (1) 若 $f(0) \leq 1$, 求 a 的取值范围;
 - (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
 - (3) 当 $a \geq 2$ 时, 讨论 $f(x) + \frac{4}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内的零点个数.

19. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $n \in \mathbf{N}^*$, 已知 $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{5}{4}$, 且当 $n \geq 2$ 时, $4S_{n+2} + 5S_n = 8S_{n+1} + S_{n-1}$.
- (1) 求 a_4 的值;
 - (2) 证明: $\left\{a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n\right\}$ 为等比数列;
 - (3) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.