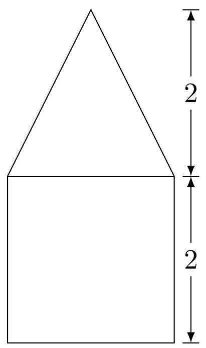
2015 普通高等学校招生考试 (浙江卷文)

一、选择题

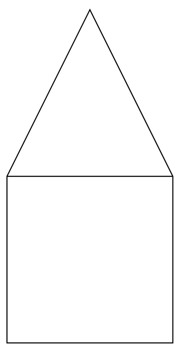
1. 已知集合 $P=\{x \mid x^2-2x\geqslant 3\}$, $Q=\{x \mid 2<x<4\}$, 则 $P\cap Q=$ ( )

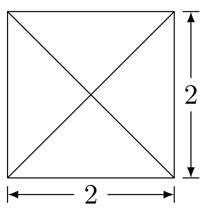
(A) $[3,4)$ (B) $(2,3]$ (C) $(-1,2)$ (D) $(-1,3]$

2. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是 ( )



正视图


侧视图



俯视图

(A) $8\ \mathrm{cm}^3$ (B) $12\ \mathrm{cm}^3$ (C) $\dfrac{32}{3}\ \mathrm{cm}^3$ (D) $\dfrac{40}{3}\ \mathrm{cm}^3$

3. 设 a, b 是实数, 则"$a+b>0$"是"$ab>0$"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

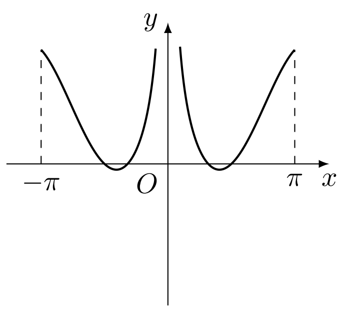
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 设 α, β 是两个不同的平面, l, m 是两条不同的直线, 且 $l\subset\alpha$, $m\subset\beta$. ( )

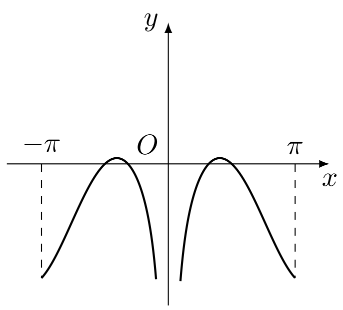
(A) 若 $l\perp\beta$, 则 $\alpha\perp\beta$ (B) 若 $\alpha\perp\beta$, 则 $l\perp m$

(C) 若 $l\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$ (D) 若 $\alpha\parallel\beta$, 则 $l\parallel m$

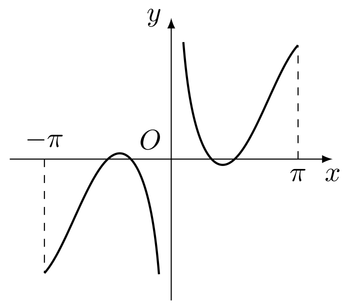
5. 函数 $f(x)=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\cos x$ $(-\pi\leqslant x\leqslant\pi$ 且 $x\neq 0)$ 的图象可能为 ( )



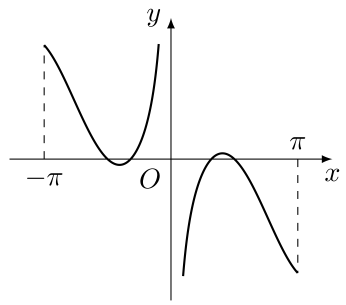
(A)



(B)



(C)

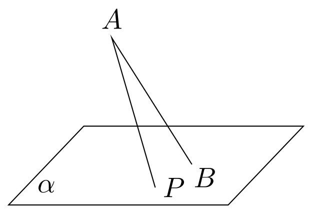


(D)

6. 有三个房间需要粉刷, 粉刷方案要求: 每个房间只用一种颜色, 且三个房间颜色各不相同. 已知三个房间的粉刷面积 (单位: m^2) 分别为 x, y, z, 且 $x<y<z$, 三种颜色涂料的粉刷费用 (单位: 元 $/\mathrm{m}^2$) 分别为 a, b, c, 且 $a<b<c$. 在不同的方案中, 最低的总费用 (单位: 元) 是 ( )

(A) $ax+by+cz$ (B) $az+by+cx$ (C) $ay+bz+cx$ (D) $ay+bx+cz$

7. 如图, 斜线段 AB 与平面 α 所成的角为 $60°$, B 为斜足, 平面 α 上的动点 P 满足 $\angle PAB=30°$, 则点 P 的轨迹是 ( )



(A) 直线 (B) 抛物线

(C) 椭圆 (D) 双曲线的一支

8. 设实数 a, b, t 满足 $|a+1|=|\sin b|=t$. 则下列说法中正确的是 ( )

(A) 若 t 确定, 则 b^2 唯一确定 (B) 若 t 确定, 则 a^2+2a 唯一确定

(C) 若 t 确定, 则 $\sin\dfrac{b}{2}$ 唯一确定 (D) 若 t 确定, 则 a^2+a 唯一确定

二、填空题

9. 计算 $\log_2\dfrac{\sqrt{2}}{2}=$______, $2^{\log_2 3+\log_4 3}=$______.

10. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 公差 d 不为零. 若 a_2, a_3, a_7 成等比数列, 且 $2a_1+a_2=1$, 则 $a_1=$______, $d=$______.

11. 函数 $f(x)=\sin^2 x+\sin x\cos x+1$ 的最小正周期是______, 最小值是______.

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 1,\\ x+\dfrac{6}{x}-6, & x>1,\end{cases}$ 则 $f(f(-2))=$______, $f(x)$ 的最小值是______.

13. 已知 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$ 是平面单位向量, 且 $\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2=\dfrac{1}{2}$. 若平面向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{e}_1=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{e}_2=1$, 则 $|\boldsymbol{b}|=$______.

14. 已知实数 x, y 满足 $x^2+y^2\leqslant 1$, 则 $|2x+y-4|+|6-x-3y|$ 的最大值是______.

15. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的右焦点 $F(c,0)$ 关于直线 $y=\dfrac{b}{c}x$ 的对称点 Q 在椭圆上, 则椭圆的离心率是______.

三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 已知 $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+A\right)=2$.

(1) 求 $\dfrac{\sin 2A}{\sin 2A+\cos^2 A}$ 的值;

(2) 若 $B=\dfrac{\pi}{4}$, $a=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=2$, $b_1=1$, $a_{n+1}=2a_n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$, $b_1+\dfrac{1}{2}b_2+\dfrac{1}{3}b_3+\cdots+\dfrac{1}{n}b_n=b_{n+1}-1$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

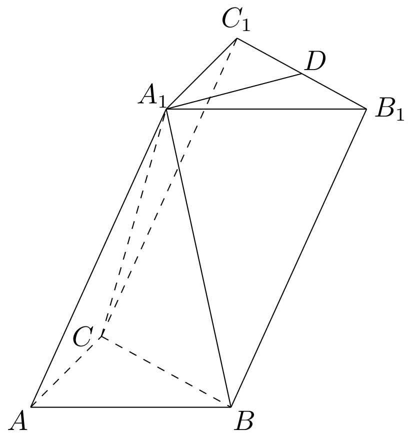
(1) 求 a_n 与 b_n;

(2) 记数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和为 T_n, 求 T_n.

18. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=2$，$A_1A=4$，A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点，D 是 B_1C_1 的中点.

(1) 证明：$A_1D\perp$ 平面 A_1BC;

(2) 求直线 A_1B 和平面 BB_1C_1C 所成的角的正弦值.

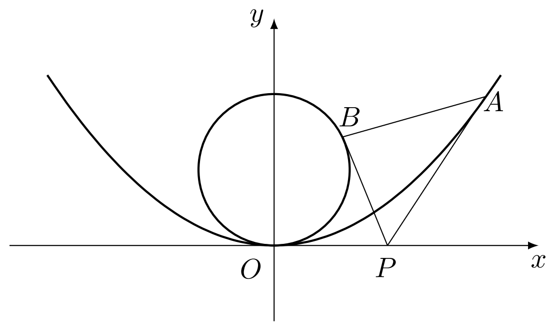


19. 如图，已知抛物线 C_1: $y=\frac{1}{4}x^2$，圆 C_2: $x^2+(y-1)^2=1$，过点 $P(t,0)$ $(t>0)$ 作不过原点 O 的直线 PA，PB 分别与抛物线 C_1 和圆 C_2 相切，A，B 为切点.

(1) 求点 A，B 的坐标;

(2) 求 $\triangle PAB$ 的面积.

注：直线与抛物线有且只有一个公共点，且与抛物线的对称轴不平行，则称该直线与抛物线相切，称该公共点为切点.



20. 设函数 $f(x)=x^2+ax+b$ $(a,\ b\in\mathbf{R})$.

(1) 当 $b=\frac{a^2}{4}+1$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最小值 $g(a)$ 的表达式;

(2) 已知函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上存在零点，$0\leqslant b-2a\leqslant 1$，求 b 的取值范围.