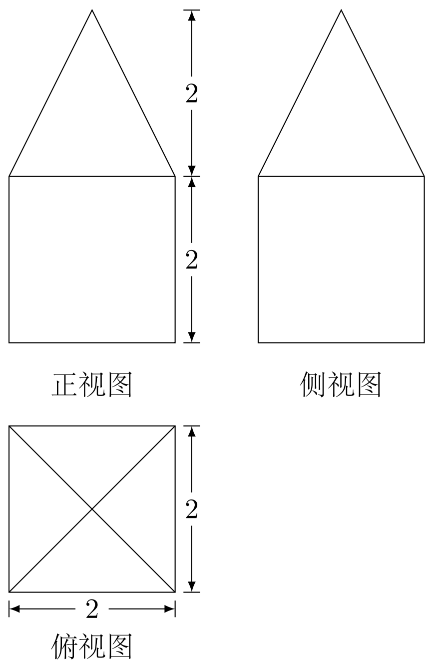
# 2015 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

## 一、选择题

1. 已知集合 $P=\{x \mid x^2-2x\geqslant 0\}$, $Q=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}}P)\cap Q=$(　)

(A) $[0,1)$　　(B) $(0,2]$　　(C) $(1,2)$　　(D) $[1,2]$

2. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是　　(　)




(A) $8\ \mathrm{cm}^3$　　(B) $12\ \mathrm{cm}^3$　　(C) $\dfrac{32}{3}\ \mathrm{cm}^3$　　(D) $\dfrac{40}{3}\ \mathrm{cm}^3$

3. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 公差 $d$ 不为零, 前 $n$ 项和是 $S_n$, 若 $a_3$, $a_4$, $a_8$ 成等比数列, 则　　(　)

(A) $a_1d>0$, $dS_4>0$　　(B) $a_1d<0$, $dS_4<0$

(C) $a_1d>0$, $dS_4<0$　　(D) $a_1d<0$, $dS_4>0$

4. 命题"$\forall n\in\mathbf{N}^*$, $f(n)\in\mathbf{N}^*$ 且 $f(n)\leqslant n$"的否定形式是　　(　)

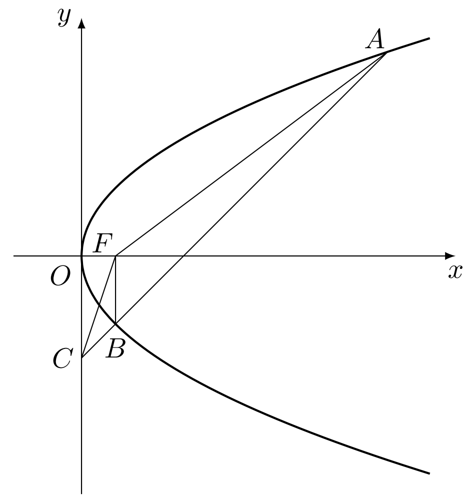
(A) $\forall n\in\mathbf{N}^*$, $f(n)\notin\mathbf{N}^*$ 且 $f(n)>n$

(B) $\forall n\in\mathbf{N}^*$, $f(n)\notin\mathbf{N}^*$ 或 $f(n)>n$

(C) $\exists n_0\in\mathbf{N}^*$, $f(n_0)\notin\mathbf{N}^*$ 且 $f(n_0)>n_0$

(D) $\exists n_0\in\mathbf{N}^*$, $f(n_0)\notin\mathbf{N}^*$ 或 $f(n_0)>n_0$

5. 如图, 设抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 $F$, 不经过焦点的直线上有三个不同的点 $A$, $B$, $C$, 其中点 $A$, $B$ 在抛物线上, 点 $C$ 在 $y$ 轴上, 则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积之比是　　(　)




(A) $\dfrac{|BF|-1}{|AF|-1}$　　(B) $\dfrac{|BF|^2-1}{|AF|^2-1}$　　(C) $\dfrac{|BF|+1}{|AF|+1}$　　(D) $\dfrac{|BF|^2+1}{|AF|^2+1}$

6. 设 $A$, $B$ 是有限集, 定义: $d(A,B)=\operatorname{card}(A\cup B)-\operatorname{card}(A\cap B)$, 其中 $\operatorname{card}(A)$ 表示有限集 $A$ 中元素的个数.
命题①: 对任意有限集 $A$, $B$, "$A\neq B$"是"$d(A,B)>0$"的充分必要条件;
命题②: 对任意有限集 $A$, $B$, $C$, $d(A,C)\leqslant d(A,B)+d(B,C)$.　　(　)

(A) 命题①和命题②都成立　　(B) 命题①和命题②都不成立

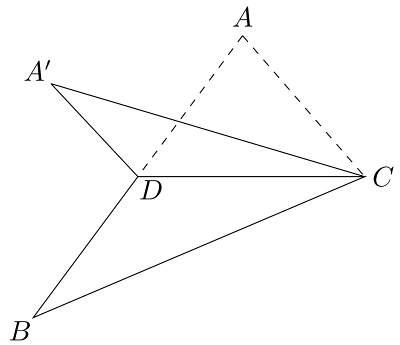
(C) 命题①成立, 命题②不成立　　(D) 命题①不成立, 命题②成立

7. 存在函数 $f(x)$ 满足: 对于任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有　　(　)

(A) $f(\sin 2x)=\sin x$　　(B) $f(\sin 2x)=x^2+x$

(C) $f(x^2+1)=|x+1|$　　(D) $f(x^2+2x)=|x+1|$

8. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $D$ 是 $AB$ 的中点, 沿直线 $CD$ 将 $\triangle ACD$ 翻折成 $\triangle A'CD$, 所成二面角 $A'-CD-B$ 的平面角为 $\alpha$, 则　　(　)




(A) $\angle A'DB\leqslant\alpha$　(B) $\angle A'DB\geqslant\alpha$　(C) $\angle A'CB\leqslant\alpha$　(D) $\angle A'CB\geqslant\alpha$

## 二、填空题

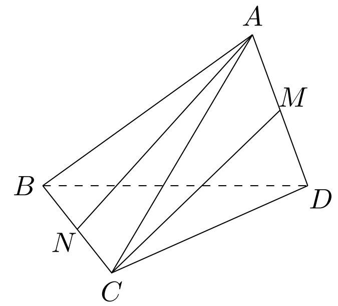
9. 双曲线 $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$ 的焦距是______, 渐近线方程是______.

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+\dfrac{2}{x}-3, & x\geqslant 1,\\ \lg\left(x^2+1\right), & x<1,\end{cases}$ 则 $f(f(-3))=$______, $f(x)$ 的最小值是______.

11. 函数 $f(x)=\sin^2x+\sin x\cos x+1$ 的最小正周期是______, 单调递减区间是______.

12. 若 $a=\log_4 3$, 则 $2^a+2^{-a}=$______.

13. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB=AC=BD=CD=3$, $AD=BC=2$, 点 $M$, $N$ 分别为 $AD$, $BC$ 的中点, 则异面直线 $AN$, $CM$ 所成的角的余弦值是______.




14. 若实数 $x$, $y$ 满足 $x^2+y^2\leqslant 1$, 则 $|2x+y-2|+|6-x-3y|$ 的最小值是______.

15. 已知 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$ 是空间单位向量, $\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2=\dfrac{1}{2}$, 若空间向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{e}_1=2$, $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{e}_2=\dfrac{5}{2}$, 且对于任意 $x$, $y\in\mathbf{R}$, $\left|\vec{b}-(x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2)\right|\geqslant|\boldsymbol{b}-(x_0\boldsymbol{e}_1+y_0\boldsymbol{e}_2)|=1$ $(x_0,\ y_0\in\mathbf{R})$, 则 $x_0=$______, $y_0=$______, $|\boldsymbol{b}|=$______.

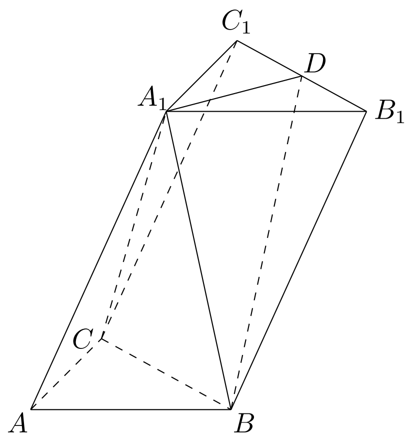
## 三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A$, $B$, $C$ 所对的边分别是 $a$, $b$, $c$. 已知 $A=\dfrac{\pi}{4}$, $b^2-a^2=\dfrac{1}{2}c^2$.
(1) 求 $\tan C$ 的值;
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 3, 求 $b$ 的值.

17. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC=90°$, $AB=AC=2$, $A_1A=4$, $A_1$ 在底面 $ABC$ 的射影为 $BC$ 的中点, $D$ 是 $B_1C_1$ 的中点.

(1) 证明: $A_1D\perp$ 平面 $A_1BC$;

(2) 求二面角 $A_1-BD-B_1$ 的平面角的余弦值.




18. 已知函数 $f(x)=x^2+ax+b\ (a,\ b\in\mathbf{R})$, 记 $M(a,b)$ 是 $|f(x)|$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值.

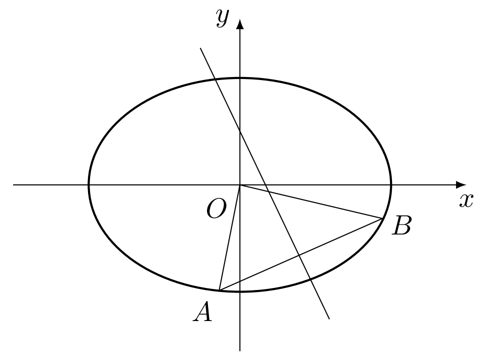
(1) 证明: 当 $|a|\geqslant 2$ 时, $M(a,b)\geqslant 2$;

(2) 当 $a$, $b$ 满足 $M(a,b)\leqslant 2$ 时, 求 $|a|+|b|$ 的最大值.

19. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 上两个不同的点 $A$, $B$ 关于直线 $y=mx+\dfrac{1}{2}$ 对称.

(1) 求实数 $m$ 的取值范围;

(2) 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值 ($O$ 为坐标原点).




20. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\dfrac{1}{2}$ 且 $a_{n+1}=a_n-a_n^2\ (n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 证明: $1\leqslant\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\leqslant 2\ (n\in\mathbf{N}^*)$;

(2) 设数列 $\{a_n^2\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$, 证明: $\dfrac{1}{2(n+2)}\leqslant\dfrac{S_n}{n}\leqslant\dfrac{1}{2(n+1)}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.