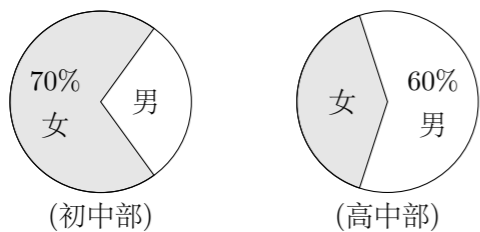


# 2015 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

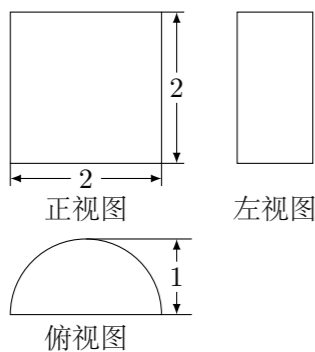
## 一、选择题

1. 设集合  $M = \{x | x^2 = x\}$ ,  $N = \{x | \lg x \leq 0\}$ , 则  $M \cup N =$  ( )  
 (A)  $[0, 1]$  (B)  $(0, 1]$  (C)  $[0, 1)$  (D)  $(-\infty, 1]$
2. 某中学初中部共有 110 名教师, 高中部共有 150 名教师, 其性别比例如图所示, 则该校女教师的人数为 ( )

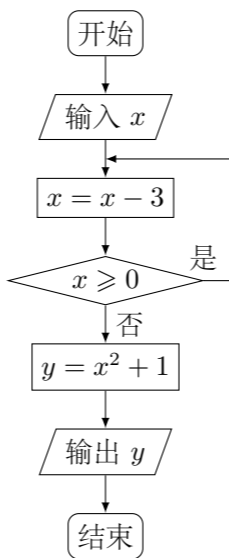


- (A) 93 (B) 123 (C) 137 (D) 167
3. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的准线经过点  $(-1, 1)$ , 则该抛物线焦点坐标为 ( )  
 (A)  $(-1, 0)$  (B)  $(1, 0)$  (C)  $(0, -1)$  (D)  $(0, 1)$
4. 设  $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0, \\ 2^x, & x < 0, \end{cases}$  则  $f(f(-2)) =$  ( )  
 (A)  $-1$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{3}{2}$

5. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ( )



- (A)  $3\pi$  (B)  $4\pi$  (C)  $2\pi + 4$  (D)  $3\pi + 4$
6. “ $\sin \alpha = \cos \alpha$ ”是“ $\cos 2\alpha = 0$ ”的 ( )  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要
7. 根据框图, 当输入  $x$  为 6 时, 输出的  $y =$  ( )



- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10

8. 对任意向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ , 下列关系式中不恒成立的是 ( )  
 (A)  $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| |\mathbf{b}|$  (B)  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq ||\mathbf{a}| - |\mathbf{b}||$   
 (C)  $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^2 = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2$  (D)  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2$
9. 设  $f(x) = x - \sin x$ , 则  $f(x)$  ( )  
 (A) 既是奇函数又是减函数 (B) 既是奇函数又是增函数  
 (C) 是有零点的减函数 (D) 是没有零点的奇函数
10. 设  $f(x) = \ln x$ ,  $0 < a < b$ , 若  $p = f(\sqrt{ab})$ ,  $q = f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ,  $r = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ , 则下列关系式中正确的是 ( )  
 (A)  $q = r < p$  (B)  $q = r > p$  (C)  $p = r < q$  (D)  $p = r > q$

11. 某企业生产甲、乙两种产品均需用  $A, B$  两种原料, 已知生产 1 吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示. 如果生产 1 吨甲、乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为 ( )

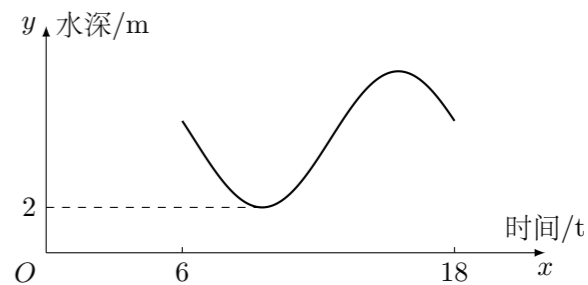
	甲	乙	原料限额
A (吨)	3	2	12
B (吨)	1	2	8

- (A) 12 万元 (B) 16 万元 (C) 17 万元 (D) 18 万元

12. 设复数  $z = (x - 1) + yi$  ( $x, y \in \mathbf{R}$ ), 若  $|z| \leq 1$ , 则  $y \geq x$  的概率为 ( )  
 (A)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}$  (B)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$  (C)  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$  (D)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$

## 二、填空题

13. 中位数为 1010 的一组数构成等差数列, 其末项为 2015, 则该数列的首项为\_\_\_\_\_.
14. 如图, 某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{6}x + \varphi\right) + k$ . 据此函数可知, 这段时间水深 (单位: m) 的最大值为\_\_\_\_\_.



15. 函数  $y = xe^x$  在其极值点处的切线方程为\_\_\_\_\_.

16. 观察下列等式:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4},$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6},$$

.....,

据此规律, 第  $n$  个等式可为\_\_\_\_\_.

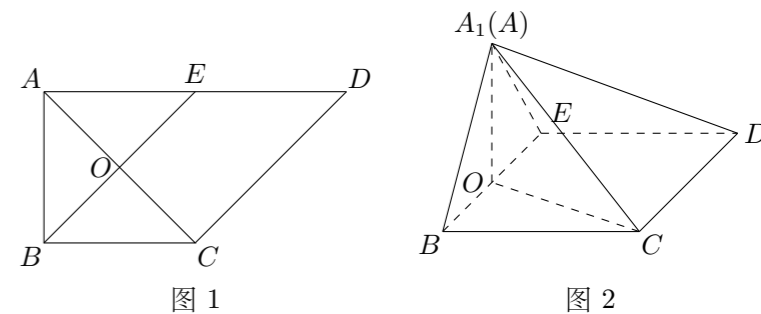
## 三、解答题

17.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 向量  $\mathbf{m} = (a, \sqrt{3}b)$  与  $\mathbf{n} = (\cos A, \sin B)$  平行.

- (1) 求  $A$ ;  
 (2) 若  $a = \sqrt{7}, b = 2$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18. 如图 1, 在直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC, \angle BAD = \frac{\pi}{2}, AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$ ,  $E$  是  $AD$  的中点,  $O$  是  $AC$  与  $BE$  的交点. 将  $\triangle ABE$  沿  $BE$  折起到图 2 中  $\triangle A_1BE$  的位置, 得到四棱锥  $A_1 - BCDE$ .

- (1) 证明:  $CD \perp$  平面  $A_1OC$ ;  
 (2) 若平面  $A_1BE \perp$  平面  $BCDE$ , 四棱锥  $A_1 - BCDE$  的体积为  $36\sqrt{2}$ , 求  $a$  的值.



19. 随机抽取一个年份, 对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计, 结果如下:

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴
日期	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
天气	阴	晴	晴	晴	晴	晴	阴	雨	阴	阴
日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

- (1) 在 4 月份任取一天, 估计西安市在该天不下雨的概率;  
 (2) 西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续 2 天的运动会, 估计运动会期间不下雨的概率.

21. 设  $f_n(x) = x + x^2 + \cdots + x^n - 1, x \geq 0, n \in \mathbf{N}, n \geq 2$ .

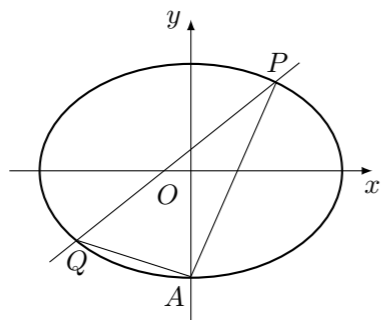
- (1) 求  $f'_n(2)$ ;  
 (2) 证明:  $f_n(x)$  在  $(0, \frac{2}{3})$  内有且仅有一个零点 (记为  $a_n$ ), 且  $0 < a_n - \frac{1}{2} < \frac{1}{3} (\frac{2}{3})^n$ .

23. 在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t, \end{cases}$  ( $t$  为参数),  
 以原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系,  $\odot C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sqrt{3}\sin\theta$ .

- (1) 写出  $\odot C$  的直角坐标方程;  
 (2)  $P$  为直线  $l$  上一动点, 当  $P$  到圆心  $C$  的距离最小时, 求  $P$  的直角坐标.

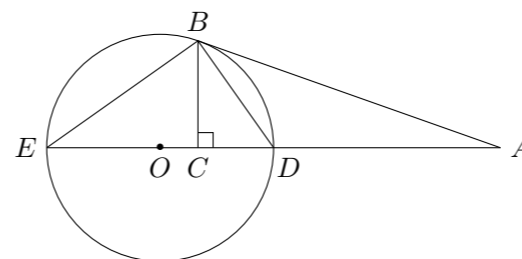
20. 如图, 椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $A(0, -1)$ , 且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- (1) 求椭圆  $E$  的方程;  
 (2) 经过点  $(1, 1)$ , 且斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同的两点  $P, Q$  (均异于点  $A$ ), 证明: 直线  $AP$  与  $AQ$  的斜率之和为 2.



22. 如图,  $AB$  切  $\odot O$  于点  $B$ , 直线  $AO$  交  $\odot O$  于  $D, E$  两点,  $BC \perp DE$ , 垂足为  $C$ .

- (1) 证明:  $\angle CBD = \angle DBA$ ;  
 (2) 若  $AD = 3DC, BC = \sqrt{2}$ , 求  $\odot O$  的直径.



24. 已知关于  $x$  的不等式  $|x + a| < b$  的解集为  $\{x | 2 < x < 4\}$ .

- (1) 求实数  $a, b$  的值;  
 (2) 求  $\sqrt{at + 12} + \sqrt{bt}$  的最大值.