2016 普通高等学校招生考试 (全国卷 II 理)

一、选择题

1. 已知 $z=(m+3)+(m-1)\,\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点在第四象限, 则实数 m 的取值范围是 (　)

(A) $(-3,1)$　(B) $(-1,3)$　(C) $(1,+\infty)$　(D) $(-\infty,-3)$

2. 已知集合 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{x\,|\,(x+1)(x-2)<0,\ x\in\mathbf{Z}\}$, 则 $A\cup B=$ (　)

(A) $\{1\}$　(B) $\{1,\ 2\}$

(C) $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$　(D) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

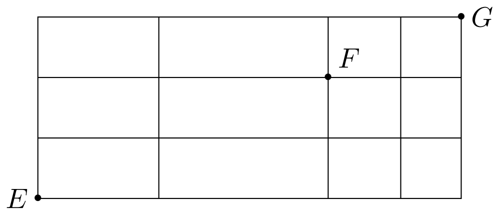
3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$, $\boldsymbol{b}=(3,-2)$, 且 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$, 则 $m=$ (　)

(A) -8　(B) -6　(C) 6　(D) 8

4. 圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1, 则 $a=$ (　)

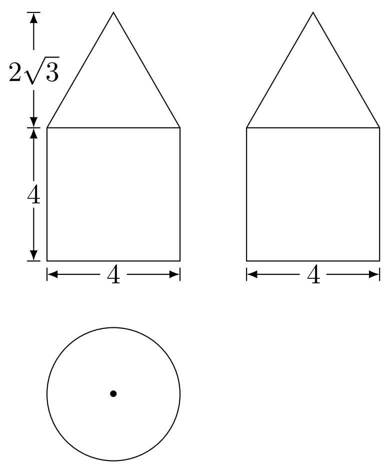
(A) $-\dfrac{4}{3}$　(B) $-\dfrac{3}{4}$　(C) $\sqrt{3}$　(D) 2

5. 如图, 小明从街道的 E 处出发, 先到 F 处与小红会合, 再一起到位于 G 处的老年公寓参加志愿者活动, 则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为 (　)



(A) 24　(B) 18　(C) 12　(D) 9

6. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表面积为 (　)



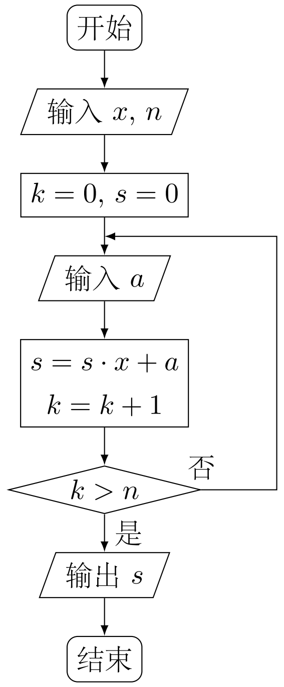
(A) 20π　(B) 24π　(C) 28π　(D) 32π

7. 若将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度, 则平移后图象的对称轴为 (　)

(A) $x=\dfrac{k\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6}\ (k\in\mathbf{Z})$　(B) $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}\ (k\in\mathbf{Z})$

(C) $x=\dfrac{k\pi}{2}-\dfrac{\pi}{12}\ (k\in\mathbf{Z})$　(D) $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{12}\ (k\in\mathbf{Z})$

8. 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法, 如图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图, 若输入的 $x=2$, $n=2$, 依次输入的 a 为 2, 2, 5, 则输出的 $s=$ (　)



(A) 7　(B) 12　(C) 17　(D) 34

9. 若 $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=\dfrac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha=$ (　)

(A) $\dfrac{7}{25}$　(B) $\dfrac{1}{5}$　(C) $-\dfrac{1}{5}$　(D) $-\dfrac{7}{25}$

10. 从区间 $[0,1]$ 随机抽取 $2n$ 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, y_1, y_2, \cdots, y_n$, 构成 n 个数对 $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \cdots, (x_n,y_n)$, 其中两数的平方和小于 1 的数对共有 m 个, 则用随机模拟的方法得到的圆周率的近似值为 (　)

(A) $\dfrac{4n}{m}$　(B) $\dfrac{2n}{m}$　(C) $\dfrac{4m}{n}$　(D) $\dfrac{2m}{n}$

11. 已知 F_1, F_2 是双曲线 E: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点, 点 M 在 E 上, MF_1 与 x 轴垂直, $\sin\angle MF_2F_1=\dfrac{1}{3}$, 则 E 的离心率为 (　)

(A) $\sqrt{2}$　(B) $\dfrac{3}{2}$　(C) $\sqrt{3}$　(D) 2

12. 已知函数 $f(x)\ \ (x\in\mathbf{R})$ 满足 $f(-x)=2-f(x)$, 若函数 $y=\dfrac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点为 $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \cdots, (x_m,y_m)$, 则 $\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=$ (　)

(A) 0　(B) m　(C) $2m$　(D) $4m$

二、填空题

13. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 若 $\cos A=\dfrac{4}{5}$, $\cos C=\dfrac{5}{13}$, $a=1$, 则 $b=$______.

14. α, β 是两个平面, m, n 是两条线, 有下列四个命题:

① 如果 $m\perp n$, $m\perp\alpha$, $n\parallel\beta$, 那么 $\alpha\perp\beta$;

② 如果 $m\perp\alpha$, $n\parallel\alpha$, 那么 $m\perp n$;

③ 如果 $\alpha\parallel\beta$, $m\subset\alpha$, 那么 $m\parallel\beta$;

④ 如果 $m\parallel n$, $\alpha\parallel\beta$, 那么 m 与 α 所成的角和 n 与 β 所成的角相等.

则上述四个命题中真命题的是______.

15. 有三张卡片, 分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是 2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是 1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是 5”, 则甲的卡片上的数字是______.

16. 若直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线, 也是曲线 $y=\ln(x+1)$ 的切线, $b=$______.

三、解答题

17. S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1=1$, $S_7=28$. 记 $b_n=[\lg a_n]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9]=0$, $[\lg 99]=1$.

(1) 求 b_1, b_{11}, b_{101};

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 1000 项和.

18. 某险种的基本保费为 a (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下:

一年内出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

(1) 求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率;

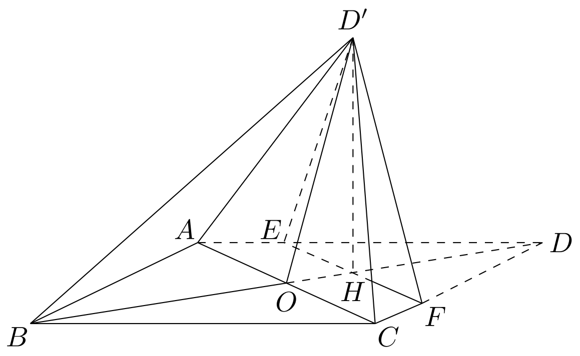
(2) 若一续保人本年度的保费高于基本保费, 求其保费比基本保费高出 60% 的概率;

(3) 求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

19. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O, $AB=5$, $AC=6$, 点 E, F 分别在 AD, CD 上, $AE=CF=\dfrac{5}{4}$, EF 交 BD 于点 H. 将三角形 DEF 沿 EF 折到三角形 $D'EF$ 的位置 $OD'=\sqrt{10}$.

(1) 证明: $D'H\perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 求二面角 $B-D'A-C$ 的正弦值.



20. 已知椭圆 E: $\dfrac{x^2}{t}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的焦点在 x 轴上, A 是 E 的左顶点, 斜率为 k $(k>0)$ 的直线交 E 于 A, M 两点, 点 N 在 E 上, $MA\perp NA$.

(1) 当 $t=4$, $|AM|=|AN|$ 时, 求三角形 AMN 的面积;

(2) 当 $2|AM|=|AN|$ 时, 求 k 的取值范围.

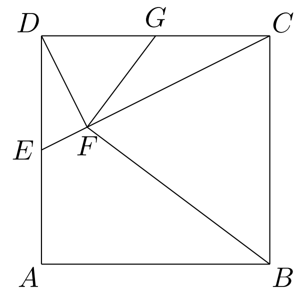
21. (1) 讨论函数 $f(x)=\dfrac{x-2}{x+2}\cdot \mathrm{e}^x$ 的单调性, 并证明当 $x>0$ 时, $(x-2)\,\mathrm{e}^x+x+2>0$;

(2) 证明: 当 $a\in[0,1)$ 时, 函数 $g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-ax-a}{x^2}$ $(x>0)$ 有最小值. 设 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$, 求函数 $h(a)$ 的值域.

22. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, G 分别在边 DA, DC 上 (不与端点重合), 且 $DE=DG$, 过 D 点作 $DF\perp CE$, 垂足为 F.

(1) 证明: B, C, G, F 四点共圆;

(2) 若 $AB=1$, E 为 DA 的中点, 求四边形 $BCGF$ 的面积.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$.

(1) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, $|AB|=\sqrt{10}$, 求 l 的斜率.

24. 已知函数 $f(x)=\left|x-\dfrac{1}{2}\right|+\left|x+\dfrac{1}{2}\right|$, M 为不等式 $f(x)<2$ 的解集.

(1) 求 M;

(2) 证明: 当 a, $b\in M$ 时, $|a+b|<|1+ab|$.