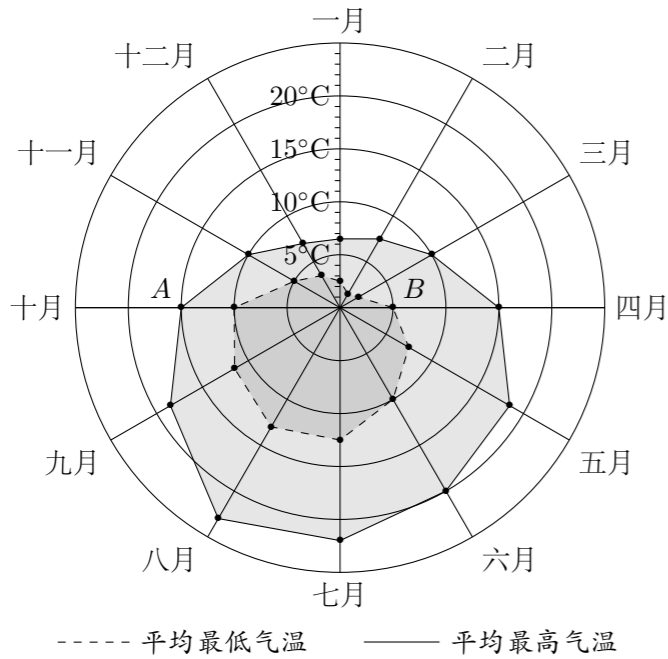


2016 普通高等学校招生考试 (全国卷 III 文)

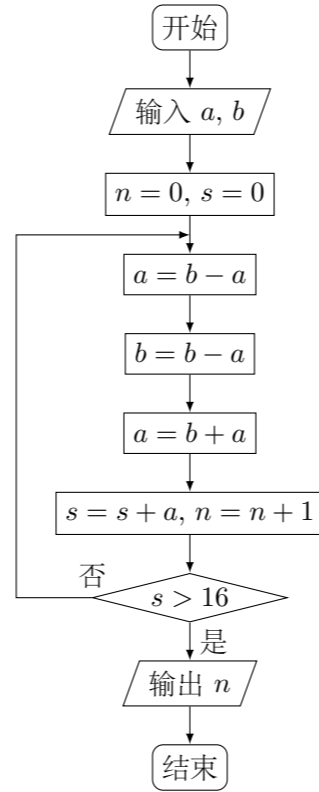
一、选择题

1. 设集合 $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 8\}$, 则 $\complement_A B =$ ()
 (A) $\{4, 8\}$ (B) $\{0, 2, 6\}$
 (C) $\{0, 2, 6, 10\}$ (D) $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
2. 若 $z = 4 + 3i$, 则 $\frac{\bar{z}}{|z|} =$ ()
 (A) 1 (B) -1 (C) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ (D) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$
3. 已知向量 $\vec{BA} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{BC} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 则 $\angle ABC =$ ()
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120°
4. 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况, 绘制了一年中月平均最高气温和平均最低气温的雷达图. 图中 A 点表示十月的平均最高气温约为 15°C , B 点表示四月的平均最低气温约为 5°C . 下面叙述不正确的是 ()

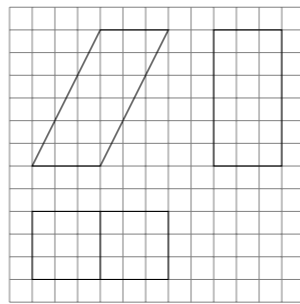


- (A) 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
 - (B) 七月的平均温差比一月的平均温差大
 - (C) 三月和十一月的平均最高气温基本相同
 - (D) 平均气温高于 20°C 的月份有 5 个
5. 小敏打开计算机时, 忘记了开机密码的前两位, 只记得第一位是 M, I, N 中的一个字母, 第二位是 $1, 2, 3, 4, 5$ 中的一个数字, 则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是 ()
 (A) $\frac{8}{15}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{30}$

6. 若 $\tan \theta = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\theta =$ ()
 (A) $-\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$
7. 已知 $a = 2^{\frac{4}{3}}$, $b = 3^{\frac{2}{3}}$, $c = 25^{\frac{1}{3}}$, 则 ()
 (A) $b < a < c$ (B) $a < b < c$ (C) $b < c < a$ (D) $c < a < b$
8. 执行下图的程序框图, 如果输入的 $a = 4, b = 6$, 那么输出的 $n =$ ()



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
9. 在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{4}$, BC 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\sin A =$ ()
 (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$
 10. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为 ()



- (A) $18 + 36\sqrt{5}$ (B) $54 + 18\sqrt{5}$ (C) 90 (D) 81
11. 在封闭的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球, 若 $AB \perp BC$, $AB = 6, BC = 8, AA_1 = 3$, 则 V 的最大值是 ()
 (A) 4π (B) $\frac{9\pi}{2}$ (C) 6π (D) $\frac{32\pi}{3}$

12. 已知 O 为坐标原点, F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点, A, B 分别为 C 的左、右顶点, P 为 C 上一点, 且 $PF \perp x$ 轴. 过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M , 与 y 轴交于点 E . 若直线 BM 经过 OE 的中点, 则 C 的离心率为 ()
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

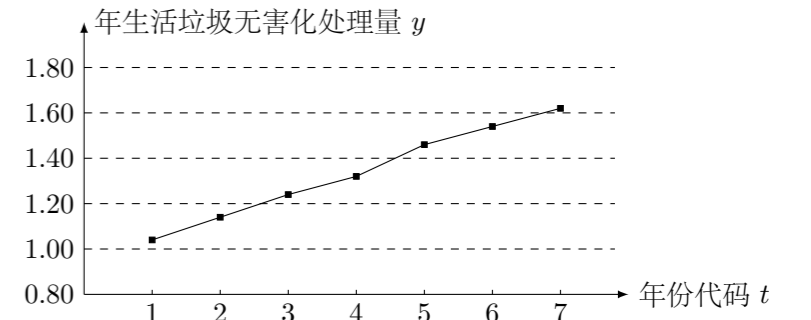
二、填空题

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y + 1 \geq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0, \\ x \leq 1, \end{cases}$ 则 $z = 2x + 3y - 5$ 的最小值为_____.
14. 函数 $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 $y = 2\sin x$ 的图象至少向右平移_____个单位长度得到.
15. 已知直线 $l: x - \sqrt{3}y + 6 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 12$ 交于 A, B 两点, 过 A, B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C, D 两点, 则 $|CD| =$ _____.
16. 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = e^{-x-1} - x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程是_____.

三、解答题

17. 已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n^2 - (2a_{n+1} - 1)a_n - 2a_{n+1} = 0$.
 (1) 求 a_2, a_3 ;
 (2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. 下图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量 (单位: 亿吨) 的折线图.



注: 年份代码 1-7 分别对应年份 2008-2014

(1) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 请用相关系数加以说明;

(2) 建立 y 关于 t 的回归方程 (系数精确到 0.01), 预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

参考数据: $\sum_{i=1}^7 y_i = 9.32$, $\sum_{i=1}^7 t_i y_i = 40.17$, $\sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 0.55$, $\sqrt{7} \approx 2.646$.

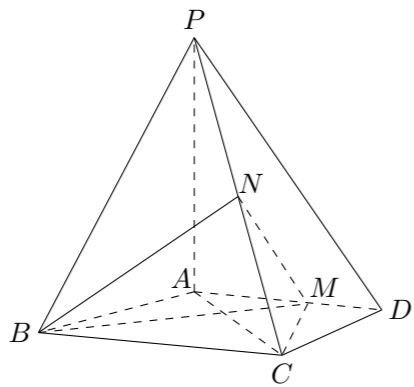
参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$.

回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD = AC = 3$, $PA = BC = 4$, M 为线段 AD 上一点, $AM = 2MD$, N 为 PC 的中点.

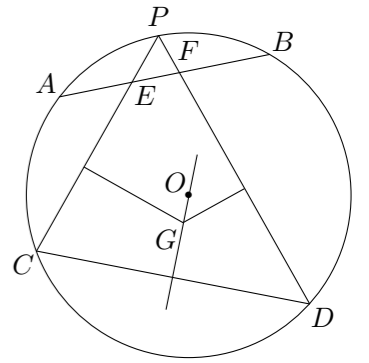
- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 PAB ;
 (2) 求四面体 $N-BCM$ 的体积.



20. 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的焦点为 F , 平行于 x 轴的两条直线 l_1, l_2 分别交 C 于 A, B 两点, 交 C 的准线于 P, Q 两点.

- (1) 若 F 在线段 AB 上, R 是 PQ 的中点, 证明 $AR \parallel FQ$;
 (2) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求 AB 中点的轨迹方程.

22. 如图, $\odot O$ 中 \widehat{AB} 的中点为 P , 弦 PC, PD 分别交 AB 于 E, F 两点.
 (1) 若 $\angle PFB = 2\angle PCD$, 求 $\angle PCD$ 的大小;
 (2) 若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G , 证明 $OG \perp CD$.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha, \end{cases}$ (α 为参数),

以坐标原点为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$.

- (1) 写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;
 (2) 设点 P 在 C_1 上, 点 Q 在 C_2 上, 求 $|PQ|$ 的最小值及此时 P 的直角坐标.

21. 设函数 $f(x) = \ln x - x + 1$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
 (2) 证明当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $1 < \frac{x-1}{\ln x} < x$;
 (3) 设 $c > 1$, 证明当 $x \in (0, 1)$ 时, $1 + (c-1)x > c^x$.

24. 已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$.

- (1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;
 (2) 设函数 $g(x) = |2x - 1|$, 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x) + g(x) \geq 3$, 求 a 的取值范围.