

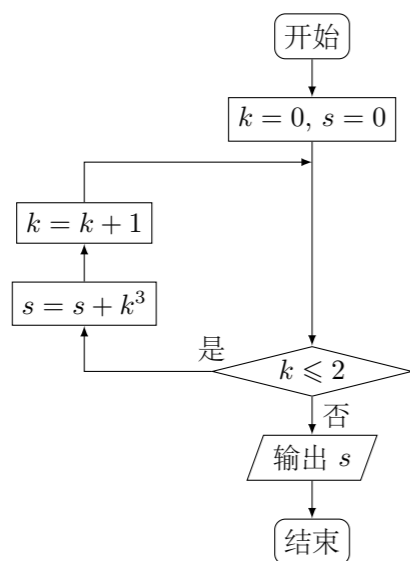
2016 普通高等学校招生考试 (北京卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x | 2 < x < 4\}$, $B = \{x | x < 3 \text{ 或 } x > 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- (A) $\{x | 2 < x < 5\}$ (B) $\{x | x < 4 \text{ 或 } x > 5\}$
 (C) $\{x | 2 < x < 3\}$ (D) $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 5\}$

2. 复数 $\frac{1+2i}{2-i} =$ ()
- (A) i (B) $1+i$ (C) $-i$ (D) $1-i$

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为



- (A) 8 (B) 9 (C) 27 (D) 36

4. 下列函数中, 在区间 $(-1, 1)$ 上为减函数的是

- (A) $y = \frac{1}{1-x}$ (B) $y = \cos x$ (C) $y = \ln(x+1)$ (D) $y = 2^{-x}$

5. 圆 $(x+1)^2 + y^2 = 2$ 的圆心到直线 $y = x+3$ 的距离为

- (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

6. 从甲、乙等 5 名学生中随机选出 2 人, 则甲被选中的概率为

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{8}{25}$ (D) $\frac{9}{25}$

7. 已知 $A(2, 5)$, $B(4, 1)$. 若点 $P(x, y)$ 在线段 AB 上, 则 $2x - y$ 的最大值为

- (A) -1 (B) 3 (C) 7 (D) 8

8. 某学校运动会的立定跳远和 30 秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段, 下表为 10 名学生的预赛成绩, 其中有三个数据模糊.

学生序号	1	2	3	4	5
立定跳远 (单位: 米)	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78
30 秒跳绳 (单位: 次)	63	a	75	60	63
学生序号	6	7	8	9	10
立定跳远 (单位: 米)	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30 秒跳绳 (单位: 次)	72	70	$a-1$	b	65

在这 10 名学生中, 进入立定跳远决赛的有 8 人, 同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人, 则

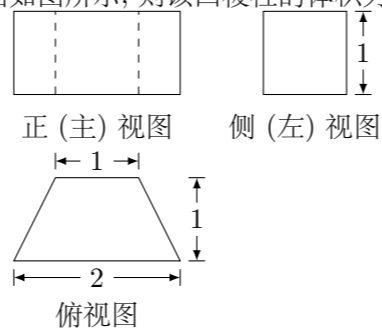
- (A) 2 号学生进入 30 秒跳绳决赛 (B) 5 号学生进入 30 秒跳绳决赛
 (C) 8 号学生进入 30 秒跳绳决赛 (D) 9 号学生进入 30 秒跳绳决赛

() 二、填空题

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, \sqrt{3})$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3}, 1)$ 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 夹角的大小为_____.

- () 10. 函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \geq 2$) 的最大值为_____.

11. 某四棱柱的三视图如图所示, 则该四棱柱的体积为_____.



12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线为 $2x + y = 0$, 一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 则 $a =$ _____; $b =$ _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{2\pi}{3}$, $a = \sqrt{3}c$, 则 $\frac{b}{c} =$ _____.

14. 某网店统计了连续三天售出商品的种类情况: 第一天售出 19 种商品, 第二天售出 13 种商品, 第三天售出 18 种商品; 前两天都售出的商品有 3 种, 后两天都售出的商品有 4 种, 则该网店

- ① 第一天售出但第二天未售出的商品有_____种;
 ② 这三天售出的商品最少有_____种.

三、解答题

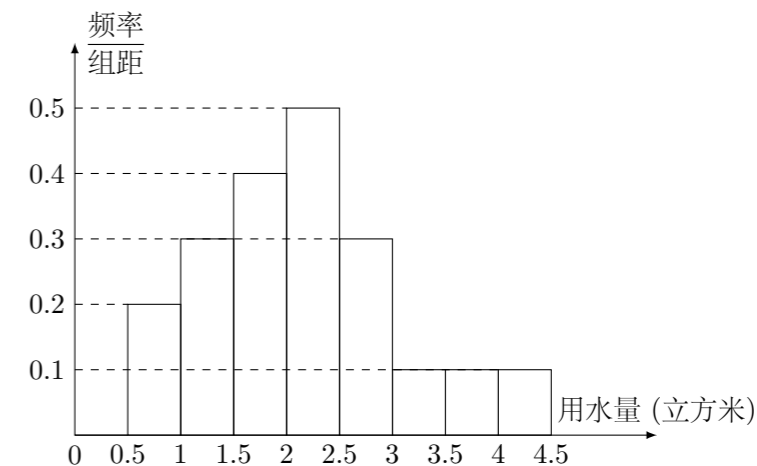
15. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $b_2 = 3, b_3 = 9, a_1 = b_1, a_{14} = b_4$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 设 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

16. 已知函数 $f(x) = 2 \sin \omega x \cos \omega x + \cos 2\omega x$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π .

- (1) 求 ω 的值;
 (2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

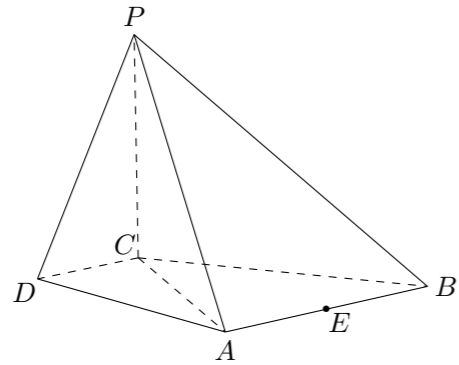
17. 某市居民用水拟实行阶梯水价, 每人每月用水量中不超过 w 立方米的部分按 4 元/立方米收费, 超出 w 立方米的部分按 10 元/立方米收费, 从该市随机调查了 10000 位居民, 获得了他们某月的用水量数据, 整理得到如图频率分布直方图:



- (1) 如果 w 为整数, 那么根据此次调查, 为使 80% 以上居民在该月的用水价格为 4 元/立方米, w 至少定为多少?

- (2) 假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替, 当 $w = 3$ 时, 估计该市居民该月的人均水费.

18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $DC \perp AC$.
- (1) 求证: $DC \perp$ 平面 PAC ;
 - (2) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAC ;
 - (3) 设点 E 为 AB 的中点. 在棱 PB 上是否存在点 F , 使得 $PA \parallel$ 平面 CEF ? 说明理由.



19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $A(2, 0)$, $B(0, 1)$ 两点.
- (1) 求椭圆 C 的方程及离心率;
 - (2) 设 P 为第三象限内一点且在椭圆 C 上, 直线 PA 与 y 轴交于点 M , 直线 PB 与 x 轴交于点 N , 求证: 四边形 $ABNM$ 的面积为定值.

20. 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.
- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
 - (2) 设 $a = b = 4$, 若函数 $f(x)$ 有三个不同零点, 求 c 的取值范围;
 - (3) 求证: $a^2 - 3b > 0$ 是 $f(x)$ 有三个不同零点的必要而不充分条件.