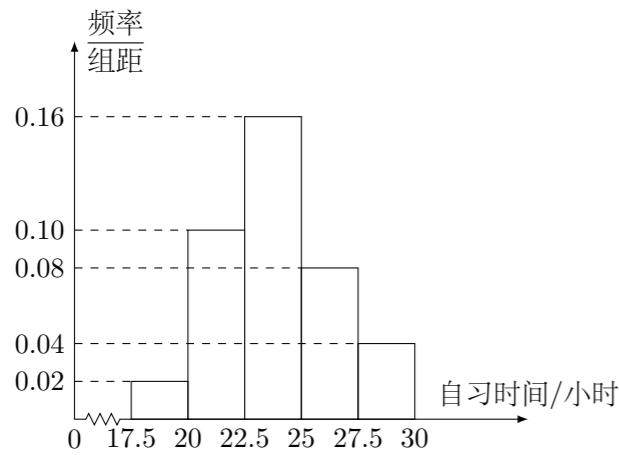


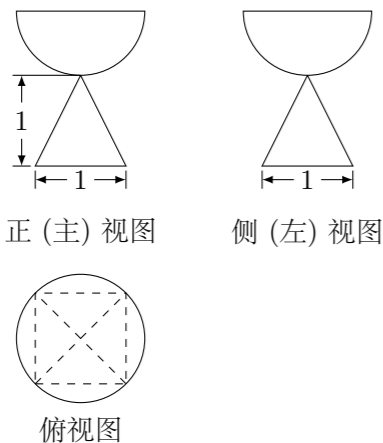
2016 普通高等学校招生考试 (山东卷理)

一、选择题

- 若复数 z 满足 $2z + \bar{z} = 3 - 2i$ 其中 i 为虚数单位, 则 $z =$ ()
 (A) $1 + 2i$ (B) $1 - 2i$ (C) $-1 + 2i$ (D) $-1 - 2i$
- 设集合 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 (A) $(-1, 1)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(-1, +\infty)$ (D) $(0, +\infty)$
- 某高校调查了 200 名学生每周的自习时间 (单位: 小时), 制成了如图所示的频率分布直方图, 其中自习时间的范围是 $[17.5, 30]$, 样本数据分组为 $[17.5, 20)$, $[20, 22.5)$, $[22.5, 25)$, $[25, 27.5)$, $[27.5, 30]$. 根据直方图, 这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是 ()



- (A) 56 (B) 60 (C) 120 (D) 140
- 若变量 x, y 满足 $\begin{cases} x + y \leq 2, \\ 2x - 3y \leq 9, \\ x \geq 0, \end{cases}$ 则 $x^2 + y^2$ 的最大值是 ()
 (A) 4 (B) 9 (C) 10 (D) 12
- 一个由半球和四棱锥组成的几何体, 其三视图如图所示. 则该几何体的体积为 ()

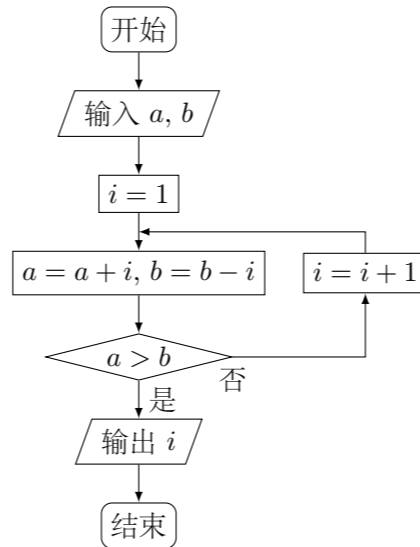


- (A) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\pi$ (B) $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ (C) $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$ (D) $1 + \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

- 已知直线 a, b 分别在两个不同的平面 α, β 内. 则“直线 a 和直线 b 相交”是“平面 α 和平面 β 相交”的 ()
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 函数 $f(x) = (\sqrt{3}\sin x + \cos x)(\sqrt{3}\cos x - \sin x)$ 的最小正周期是 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) 2π
- 已知非零向量 \mathbf{m}, \mathbf{n} 满足 $4|\mathbf{m}| = 3|\mathbf{n}|$, $\cos\langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle = \frac{1}{3}$. 若 $\mathbf{n} \perp (t\mathbf{m} + \mathbf{n})$, 则实数 t 的值为 ()
 (A) 4 (B) -4 (C) $\frac{9}{4}$ (D) $-\frac{9}{4}$
- 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} . 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^3 - 1$; 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(-x) = -f(x)$; 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$. 则 $f(6) =$ ()
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2
- 若函数 $y = f(x)$ 的图象上存在两点, 使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直, 则称 $y = f(x)$ 具有 T 性质. 下列函数中具有 T 性质的是 ()
 (A) $y = \sin x$ (B) $y = \ln x$ (C) $y = e^x$ (D) $y = x^3$

二、填空题

- 执行如图的程序框图, 若输入的 a, b 的值分别为 0 和 9, 则输出的 i 的值为_____.



- 若 $\left(ax^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中 x^5 的系数是 -80, 则实数 $a =$ _____.

- 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), 若矩形 $ABCD$ 的四个顶点在 E 上, AB, CD 的中点为 E 的两个焦点, 且 $2|AB| = 3|BC|$, 则 E 的离心率是_____.

- 在 $[-1, 1]$ 上随机地取一个数 k , 则事件“直线 $y = kx$ 与圆 $(x - 5)^2 + y^2 = 9$ 相交”发生的概率为_____.

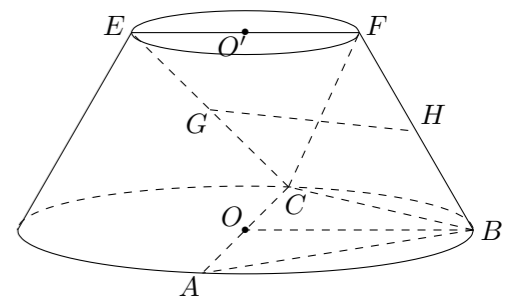
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq m, \\ x^2 - 2mx + 4m, & x > m, \end{cases}$ 其中 $m > 0$, 若存在实数 b , 使得关于 x 的方程 $f(x) = b$ 有三个不同的根, 则 m 的取值范围是_____.

三、解答题

- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2(\tan A + \tan B) = \frac{\tan A}{\cos B} + \frac{\tan B}{\cos A}$.
 (1) 证明: $a + b = 2c$;
 (2) 求 $\cos C$ 的最小值.

- 在如图所示的圆台中, AC 是下底面圆 O 的直径, EF 是上底面圆 O' 的直径, FB 是圆台的一条母线.

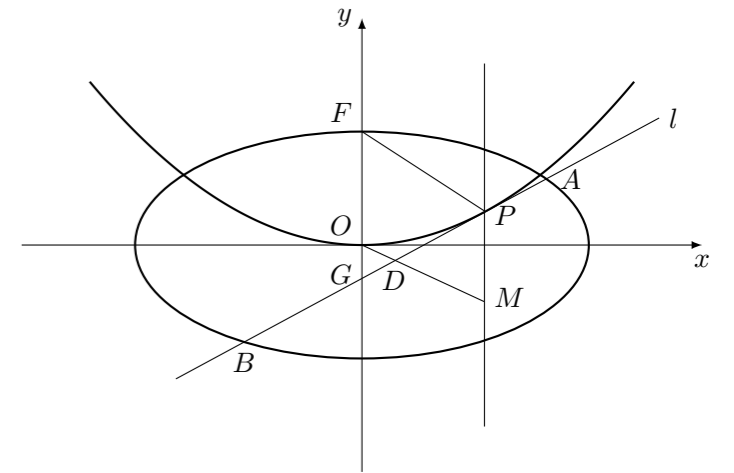
- 已知 G, H 分别为 EC, FB 的中点, 求证: $GH \parallel$ 平面 ABC ;
- 已知 $EF = FB = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3}$, $AB = BC$. 求二面角 $F - BC - A$ 的余弦值.



18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3n^2 + 8n$, $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_n = b_n + b_{n+1}$.
- (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 令 $c_n = \frac{(a_n + 1)^{n+1}}{(b_n + 2)^n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. 已知 $f(x) = a(x - \ln x) + \frac{2x-1}{x^2}$, $a \in \mathbf{R}$.
- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 当 $a = 1$ 时, 证明 $f(x) > f'(x) + \frac{3}{2}$ 对于任意的 $x \in [1, 2]$ 成立.

21. 平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 抛物线 $E: x^2 = 2y$ 的焦点 F 是 C 的一个顶点.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 设 P 是 E 上的动点, 且位于第一象限, E 在点 P 处的切线 l 与 C 交于不同的两点 A, B , 线段 AB 的中点为 D , 直线 OD 与过 P 且垂直于 x 轴的直线交于点 M .
- ① 求证: 点 M 在定直线上;
- ② 直线 l 与 y 轴交于点 G , 记 $\triangle PFG$ 的面积为 S_1 , $\triangle PDM$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值及取得最大值时点 P 的坐标.



19. 甲、乙两人组成“星队”参加猜成语活动, 每轮活动由甲、乙各猜一个成语, 在一轮活动中, 如果两人都猜对, 则“星队”得 3 分; 如果只有一个人猜对, 则“星队”得 1 分; 如果两人都没猜对, 则“星队”得 0 分. 已知甲每轮猜对的概率是 $\frac{3}{4}$, 乙每轮猜对的概率是 $\frac{2}{3}$; 每轮活动中甲、乙猜对与否互不影响, 各轮结果亦互不影响. 假设“星队”参加两轮活动, 求:
- (1) “星队”至少猜对 3 个成语的概率;
- (2) “星队”两轮得分之和为 X 的分布列和数学期望 EX .