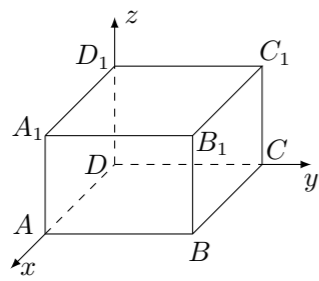


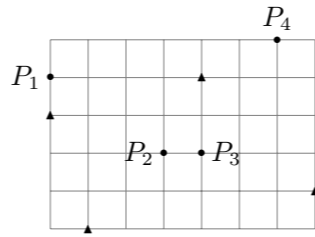
2017 普通高等学校招生考试 (上海卷)

一、填空题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若排列数 $P_6^m = 6 \times 5 \times 4$, 则 $m =$ _____.
3. 不等式 $\frac{x-1}{x} > 1$ 的解集为_____.
4. 已知球的体积为 36π , 则该球主视图的面积等于_____.
5. 已知复数 z 满足 $z + \frac{3}{z} = 0$, 则 $|z| =$ _____.
6. 设双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 的焦点为 F_1, F_2 , P 为该双曲线上的一点, 若 $|PF_1| = 5$, 则 $|PF_2| =$ _____.
7. 如图, 以长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点, 过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴, 建立空间直角坐标系, 若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4, 3, 2)$, 则 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标是_____.



8. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $y = f(x)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 若 $g(x) = \begin{cases} 3^x - 1, & x \leq 0, \\ f(x), & x > 0, \end{cases}$ 为奇函数, 则 $f^{-1}(x) = 2$ 的解为_____.
9. 已知四个函数: ① $y = -x$, ② $y = -\frac{1}{x}$, ③ $y = x^3$, ④ $y = x^{\frac{1}{2}}$. 从中任选 2 个, 则事件“所选 2 个函数的图象有且仅有一个公共点”的概率为_____.
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$, 其中 $a_n = n^2, n \in \mathbf{N}^*$, $\{b_n\}$ 的项是互不相等的正整数, 若对于任意 $n \in \mathbf{N}^*$, $\{b_n\}$ 的第 a_n 项都等于 $\{a_n\}$ 的第 b_n 项, 则 $\frac{\lg(b_1 b_4 b_9 b_{16})}{\lg(b_1 b_2 b_3 b_4)} =$ _____.
11. 设 $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbf{R}$, 且 $\frac{1}{2 + \sin \alpha_1} + \frac{1}{2 + \sin(2\alpha_2)} = 2$, 则 $|10\pi - \alpha_1 - \alpha_2|$ 的最小值等于_____.
12. 如图, 用 35 个单位正方形拼成一个矩形, 点 P_1, P_2, P_3, P_4 以及四个标记为“▲”的点在正方形的顶点处, 设集合 $\Omega = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$, 点 $P \in \Omega$, 过 P 作直线 l_P , 使得不在 l_P 上的“▲”的点分布在 l_P 的两侧. 用 $D_1(l_P)$ 和 $D_2(l_P)$ 分别表示 l_P 一侧和另一侧的“▲”的点到 l_P 的距离之和. 若过 P 的直线 l_P 中有且只有一条满足 $D_1(l_P) = D_2(l_P)$, 则 Ω 中所有这样的 P 为_____.

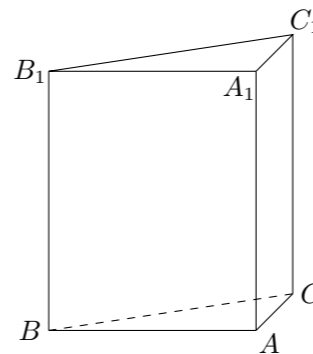


二、选择题

13. 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x + 5y = 0, \\ 2x + 3y = 4, \end{cases}$ 的系数行列式 D 为 ()
 (A) $\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$
14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ()
 (A) 等于 $-\frac{1}{2}$ (B) 等于 0 (C) 等于 $\frac{1}{2}$ (D) 不存在
15. 已知 a, b, c 为实常数, 数列 $\{x_n\}$ 的通项 $x_n = an^2 + bn + c, n \in \mathbf{N}^*$, 则“存在 $k \in \mathbf{N}^*$, 使得 $x_{100+k}, x_{200+k}, x_{300+k}$ 成等差数列”的一个必要条件是 ()
 (A) $a \geq 0$ (B) $b \leq 0$
 (C) $c = 0$ (D) $a - 2b + c = 0$
16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$ 和 $C_2: x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$. P 为 C_1 上的动点, Q 为 C_2 上的动点, w 是 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 的最大值. 记 $\Omega = \{(P, Q) \mid P \text{ 在 } C_1 \text{ 上, } Q \text{ 在 } C_2 \text{ 上, 且 } \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = w\}$, 则 Ω 中 ()
 (A) 元素个数为 2 (B) 元素个数为 4
 (C) 元素个数为 8 (D) 含有无穷个元素

三、解答题

17. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面为直角三角形, 两直角边 AB 和 AC 的长分别为 4 和 2, 侧棱 AA_1 的长为 5.
 (1) 求三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积;
 (2) 设 M 是 BC 中点, 求直线 A_1M 与平面 ABC 所成角的大小.



18. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x + \frac{1}{2}, x \in (0, \pi)$.

- (1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;
- (2) 设 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 角 A 所对边 $a = \sqrt{19}$, 角 B 所对边 $b = 5$, 若 $f(A) = 0$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. 根据预测, 某地第 n ($n \in \mathbf{N}^*$) 个月共享单车的投放量和损失量分别为 a_n 和 b_n (单位: 辆), 其中 $a_n = \begin{cases} 5n^4 + 15, & 1 \leq n \leq 3, \\ -10n + 470, & n \geq 4, \end{cases}$ $b_n = n + 5$, 第 n 个月底的共享单车的保有量是前 n 个月的累计投放量与累计损失量的差.
- (1) 求该地区第 4 个月底的共享单车的保有量;
- (2) 已知该地共享单车停放点第 n 个月底的单车容纳量 $S_n = -4(n - 46)^2 + 8800$ (单位: 辆). 设在某月底, 共享单车保有量达到最大, 问该保有量是否超出了此时停放点的单车容纳量?
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, A 为 Γ 的上顶点, P 为 Γ 上异于上、下顶点的动点, M 为 x 轴正半轴上的动点.
- (1) 若 P 在第一象限, 且 $|OP| = \sqrt{2}$, 求 P 的坐标;
- (2) 设 $P\left(\frac{8}{5}, \frac{3}{5}\right)$, 若以 A, P, M 为顶点的三角形是直角三角形, 求 M 的横坐标;
- (3) 若 $|MA| = |MP|$, 直线 AQ 与 Γ 交于另一点 C , 且 $\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{PQ} = 4\overrightarrow{PM}$, 求直线 AQ 的方程.
21. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足: 对于任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) \leq f(x_2)$.
- (1) 若 $f(x) = ax^3 + 1$, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $f(x)$ 是周期函数, 证明: $f(x)$ 是常值函数;
- (3) 设 $f(x)$ 恒大于零. $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的、恒大于零的周期函数, M 是 $g(x)$ 的最大值. 函数 $h(x) = f(x)g(x)$. 证明: “ $h(x)$ 是周期函数”的充要条件是“ $f(x)$ 是常值函数”.