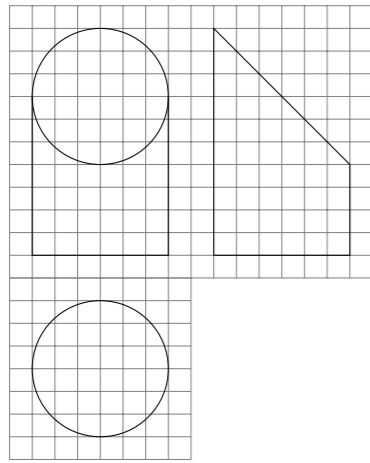


## 2017 普通高等学校招生考试 (全国卷 II 文)

### 一、选择题

1. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
 (A)  $\{1, 2, 3, 4\}$  (B)  $\{1, 2, 3\}$  (C)  $\{2, 3, 4\}$  (D)  $\{1, 3, 4\}$
2.  $(1+i)(2+i) =$  ( )  
 (A)  $1-i$  (B)  $1+3i$  (C)  $3+i$  (D)  $3+3i$
3. 函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的最小正周期为 ( )  
 (A)  $4\pi$  (B)  $2\pi$  (C)  $\pi$  (D)  $\frac{\pi}{2}$
4. 设非零向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ , 则 ( )  
 (A)  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$  (B)  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$  (C)  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$  (D)  $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$
5. 若  $a > 1$ , 则双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$  的离心率的取值范围是 ( )  
 (A)  $(\sqrt{2}, +\infty)$  (B)  $(\sqrt{2}, 2)$  (C)  $(1, \sqrt{2})$  (D)  $(1, 2)$
6. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 该几何体由一平面将一圆柱截去一部分后所得, 则该几何体的体积为 ( )

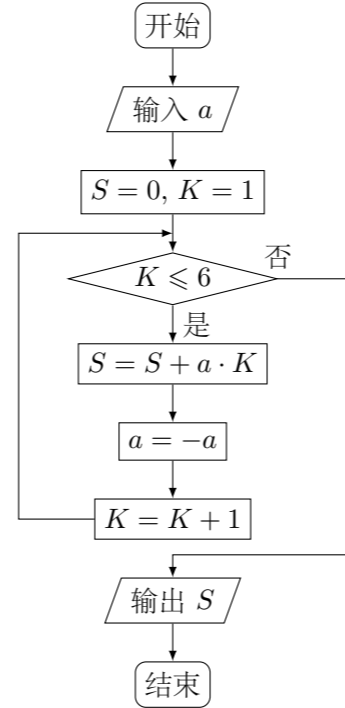


- (A)  $90\pi$  (B)  $63\pi$  (C)  $42\pi$  (D)  $36\pi$

7. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 2x + 3y - 3 \leq 0, \\ 2x - 3y + 3 \geq 0, \\ y + 3 \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 2x + y$  的最小值是 ( )  
 (A)  $-15$  (B)  $-9$  (C)  $1$  (D)  $9$
8. 函数  $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$  的单调递增区间为 ( )  
 (A)  $(-\infty, -2)$  (B)  $(-\infty, 1)$  (C)  $(1, +\infty)$  (D)  $(4, +\infty)$
9. 甲、乙、丙、丁四位同学一起去向老师询问成语竞赛的成绩. 老师说: 你们四人中有 2 位优秀, 2 位良好, 我现在给甲看乙、丙的成绩, 给乙看丙的成绩, 给丁看甲的成绩. 看后甲对大家说: 我还是不知道我的成绩. 根据以上信息, 则 ( )

- (A) 乙可以知道四人的成绩 (B) 丁可以知道四人的成绩  
 (C) 乙、丁可以知道对方的成绩 (D) 乙、丁可以知道自己的成绩

10. 执行如图的程序框图, 如果输入的  $a = -1$ , 则输出的  $S =$  ( )



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

11. 从分别写有 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张, 放回后再随机抽取 1 张, 则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{10}$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{3}{10}$  (D)  $\frac{2}{5}$
12. 过抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点  $F$ , 且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线交  $C$  于点  $M$  ( $M$  在  $x$  轴上方),  $l$  为  $C$  的准线, 点  $N$  在  $l$  上, 且  $MN \perp l$ , 则  $M$  到直线  $NF$  的距离为 ( )  
 (A)  $\sqrt{5}$  (B)  $2\sqrt{2}$  (C)  $2\sqrt{3}$  (D)  $3\sqrt{3}$

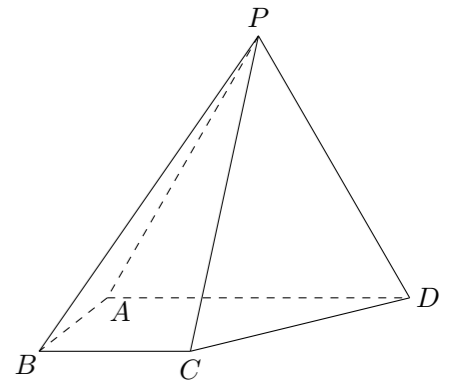
### 二、填空题

13. 函数  $f(x) = 2\cos x + \sin x$  的最大值为\_\_\_\_\_.
14. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = 2x^3 + x^2$ , 则  $f(2) =$ \_\_\_\_\_.
15. 长方体的长、宽、高分别为 3, 2, 1, 其顶点都在球  $O$  的球面上, 则球  $O$  的表面积为\_\_\_\_\_.
16.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $2b\cos B = a\cos C + c\cos A$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.

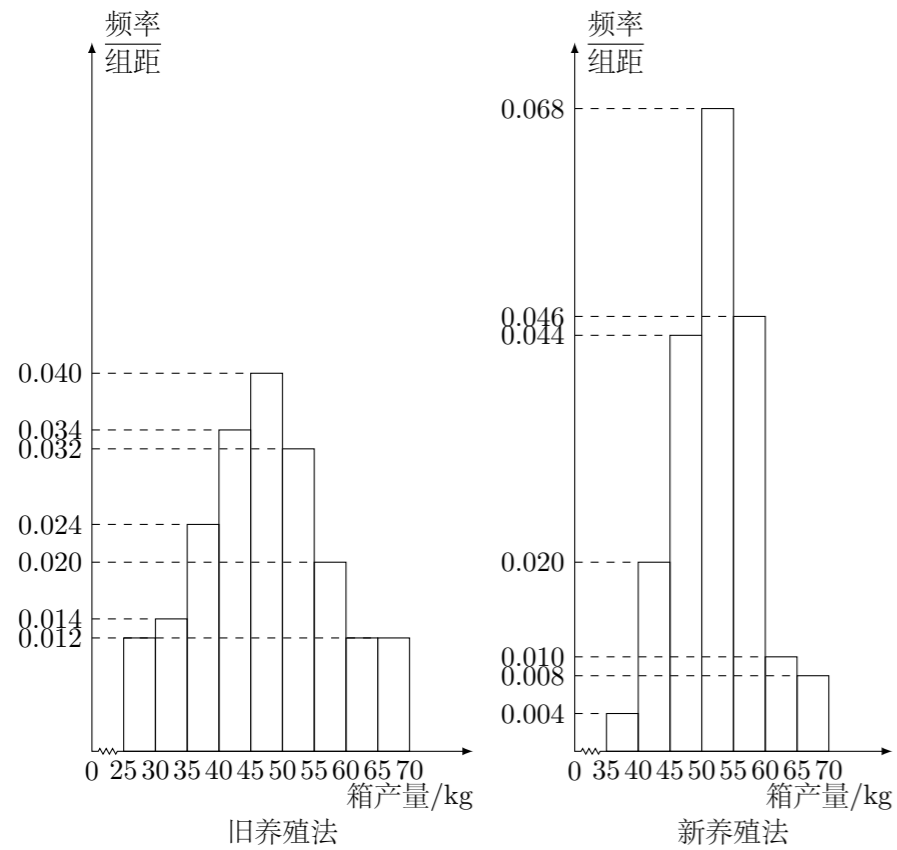
### 三、解答题

17. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 等比数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,  $a_1 = -1, b_1 = 1, a_2 + b_2 = 2$ .  
 (1) 若  $a_3 + b_3 = 5$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式;  
 (2) 若  $T_3 = 21$ , 求  $S_3$ .

18. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 侧面  $PAD$  为等边三角形且垂直于底面  $ABCD$ ,  $AB = BC = \frac{1}{2}AD$ ,  $\angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$ .  
 (1) 证明: 直线  $BC \parallel$  平面  $PAD$ ;  
 (2) 若  $\triangle PCD$  面积为  $2\sqrt{7}$ , 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积.



19. 海水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比, 收获时各随机抽取了 100 个网箱, 测量各箱水产品的产量 (单位: kg), 其频率分布直方图如图:



- (1) 记  $A$  表示事件“旧养殖法的箱产量低于 50 kg”, 估计  $A$  的概率;  
 (2) 填写下面列联表, 并根据列联表判断是否有 99% 的把握认为箱产量与养殖方法有关;

	箱产量 < 50 kg	箱产量 $\geq$ 50 kg
旧养殖法		
新养殖法		

- (3) 根据箱产量的频率分布直方图, 求新养殖法箱产量的优劣进行比较.

附: 
$$P(K^2 \geq k) \begin{matrix} 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline K & 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{matrix}$$

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

20. 设  $O$  为坐标原点, 动点  $M$  在椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  上, 过  $M$  作  $x$  轴的垂线, 垂足为  $N$ , 点  $P$  满足  $\overrightarrow{NP} = \sqrt{2}\overrightarrow{NM}$ .
- (1) 求点  $P$  的轨迹方程;  
 (2) 设点  $Q$  在直线  $x = -3$  上, 且  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PQ} = 1$ . 证明: 过点  $P$  且垂直于  $OQ$  的直线  $l$  过  $C$  的左焦点  $F$ .

21. 设函数  $f(x) = (1-x^2)e^x$ .
- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性;  
 (2) 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \leq ax + 1$ , 求  $a$  的取值范围.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_1$  的极坐标方程为  $\rho \cos \theta = 4$ .
- (1)  $M$  为曲线  $C_1$  上的动点, 点  $P$  在线段  $OM$  上, 且满足  $|OM| \cdot |OP| = 16$ , 求点  $P$  的轨迹  $C_2$  的直角坐标方程;  
 (2) 设点  $A$  的极坐标为  $(2, \frac{\pi}{3})$ , 点  $B$  在曲线  $C_2$  上, 求  $\triangle OAB$  面积的最大值.

23. 已知  $a > 0, b > 0, a^3 + b^3 = 2$ , 证明:
- (1)  $(a+b)(a^5 + b^5) \geq 4$ ;  
 (2)  $a + b \leq 2$ .