2017 普通高等学校招生考试 (全国卷 III 文)

一、选择题

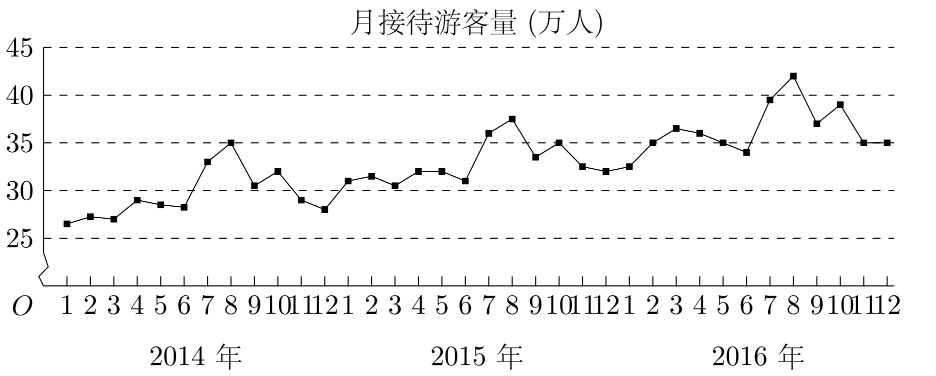
1. 已知集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, 则 $A\cap B$ 中元素的个数为 ( )

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

2. 复平面内表示复数 $z=\mathrm{i}\,(-2+\mathrm{i})$ 的点位于 ( )

(A) 第一象限　　(B) 第二象限　　(C) 第三象限　　(D) 第四象限

3. 某城市为了解游客人数的变化规律, 提高旅游服务质量, 收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量 (单位: 万人) 的数据, 绘制了下面的折线图.



根据该折线图, 下列结论错误的是 ( )

(A) 月接待游客量逐月增加

(B) 年接待游客量逐年增加

(C) 各年的月接待游客量高峰期大致在 7, 8 月

(D) 各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月, 波动性更小, 变化比较平稳

4. 已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{4}{3}$, 则 $\sin 2\alpha=$ ( )

(A) $-\dfrac{7}{9}$　　(B) $-\dfrac{2}{9}$　　(C) $\dfrac{2}{9}$　　(D) $\dfrac{7}{9}$

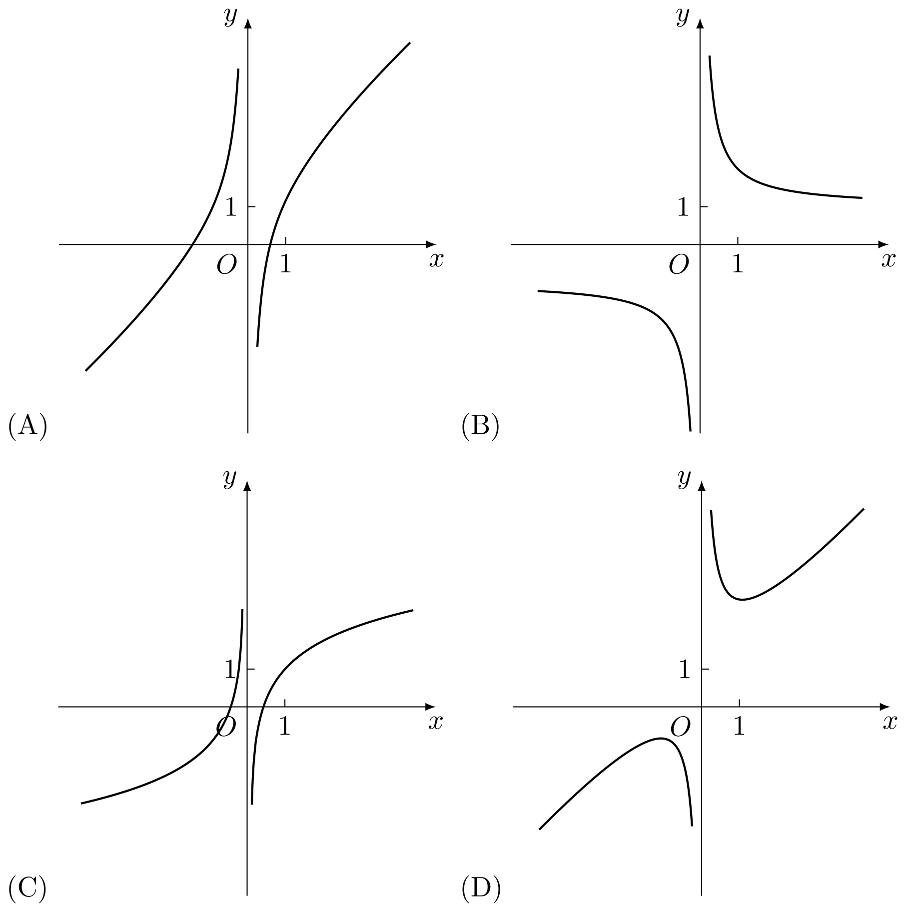
5. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}3x+2y-6\leqslant 0,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x-y$ 的取值范围是 ( )

(A) $[-3,0]$　　(B) $[-3,2]$　　(C) $[0,2]$　　(D) $[0,3]$

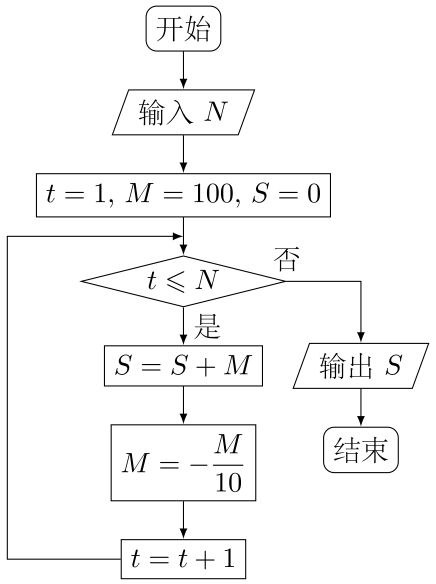
6. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{5}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的最大值为 ( )

(A) $\dfrac{6}{5}$　　(B) 1　　(C) $\dfrac{3}{5}$　　(D) $\dfrac{1}{5}$

7. 函数 $y=1+x+\dfrac{\sin x}{x^2}$ 的部分图象大致为 ( )



8. 执行如图的程序框图, 为使输出 S 的值小于 91, 则输入的正整数 N 的最小值为 ( )



(A) 5　　(B) 4　　(C) 3　　(D) 2

9. 已知圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为 ( )

(A) π　　(B) $\dfrac{3\pi}{4}$　　(C) $\dfrac{\pi}{2}$　　(D) $\dfrac{\pi}{4}$

10. 在正方体 $ABCD$—$A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CD 的中点, 则 ( )

(A) $A_1E\perp DC_1$　　(B) $A_1E\perp BD$　　(C) $A_1E\perp BC_1$　　(D) $A_1E\perp AC$

11. 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2, 且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx-ay+2ab=0$ 相切, 则 C 的离心率为( )

(A) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　(D) $\dfrac{1}{3}$

12. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+a\left(\mathrm{e}^{x-1}+\mathrm{e}^{-x+1}\right)$ 有唯一零点, 则 $a=$ ( )

(A) $-\dfrac{1}{2}$　　(B) $\dfrac{1}{3}$　　(C) $\dfrac{1}{2}$　　(D) 1

二、填空题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,3)$, $\boldsymbol{b}=(3,m)$, 且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 则 $m=$______.

14. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{9}=1\,(a>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\dfrac{3}{5}x$, 则 $a=$______.

15. $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 已知 $C=60^\circ$, $b=\sqrt{6}$, $c=3$, 则 $A=$______.

16. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0,\\ 2^x, x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x)+f\left(x-\dfrac{1}{2}\right)>1$ 的 x 的取值范围是______.

三、解答题

17. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+3a_2+\cdots+(2n-1)\,a_n=2n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\dfrac{a_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项和.

18. 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: °C) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20,25)$, 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	$[10,15)$	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

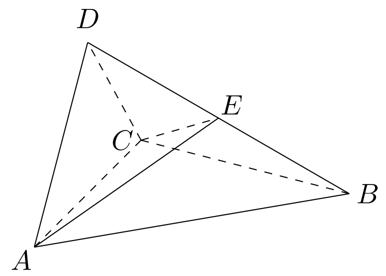
(1) 估计六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率;

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时, 写出 Y 的所有可能值, 并估计 Y 大于零的概率.

19. 如图, 四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $AD=CD$.

(1) 证明: $AC \perp BD$;

(2) 已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形, $AB=BD$, 若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点, 且 $AE \perp EC$, 求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比.



20. 在直角坐标系中 xOy, 曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 点 C 的坐标为 $(0,1)$, 当 m 变化时, 解答下列问题:

(1) 能否出现 $AC \perp BC$ 的情况? 说明理由;

(2) 证明过 A, B, C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.

21. 已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+(2a+1)x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a<0$ 时, 证明 $f(x) \leqslant -\frac{3}{4a}-2$.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t, \\ y=kt, \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+m, \\ y=\frac{m}{k}, \end{cases}$ (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P, 当 k 变化时, P 的轨迹为曲线 C.

(1) 写出 C 的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设 l_3: $\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径.

23. 已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geqslant 1$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geqslant x^2-x+m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.