2018 普通高等学校招生考试 (全国卷 I 文)

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{0,\ 2\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$, 则 $A\cap B=$ ( )

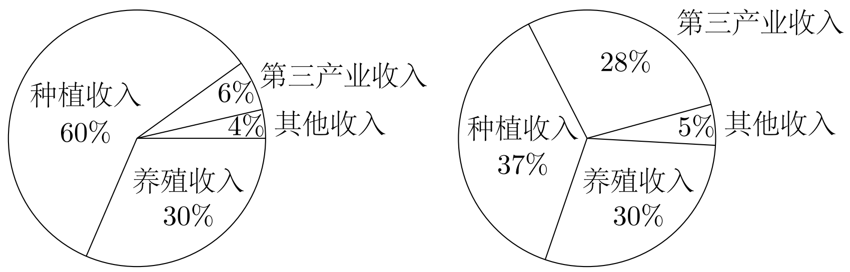
(A) $\{0,\ 2\}$　　(B) $\{1,\ 2\}$

(C) $\{0\}$　　(D) $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

2. 设 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}+2\mathrm{i}$, 则 $|z|=$ ( )

(A) 0　　(B) $\dfrac{1}{2}$　　(C) 1　　(D) $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍. 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例, 得到如下饼图:



建设前经济收入构成比例　　建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是 ( )

(A) 新农村建设后, 种植收入减少

(B) 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上

(C) 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍

(D) 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的一个焦点为 $(2,0)$, 则 C 的离心率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{3}$　　(B) $\dfrac{1}{2}$　　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

5. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2, 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为 ( )

(A) $12\sqrt{2}\pi$　　(B) 12π　　(C) $8\sqrt{2}\pi$　　(D) 10π

6. 设函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为 ( )

(A) $y=-2x$　　(B) $y=-x$　　(C) $y=2x$　　(D) $y=x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB}=$ ( )

(A) $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　(B) $\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

(C) $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　(D) $\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. 已知函数 $f(x)=2\cos^2 x-\sin^2 x+2$, 则 ( )

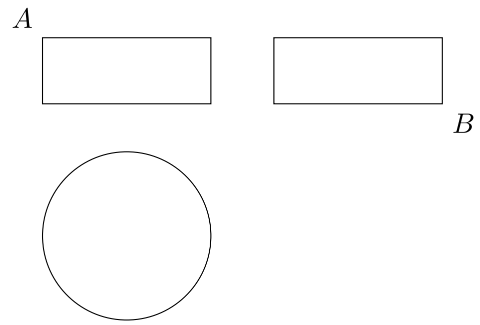
(A) $f(x)$ 的最小正周期为 π, 最大值为 3

(B) $f(x)$ 的最小正周期为 π, 最大值为 4

(C) $f(x)$ 的最小正周期为 2π, 最大值为 3

(D) $f(x)$ 的最小正周期为 2π, 最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A, 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B, 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ( )



(A) $2\sqrt{17}$　　(B) $2\sqrt{5}$　　(C) 3　　(D) 2

10. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 $30°$, 则该长方体的体积为 ( )

(A) 8　　(B) $6\sqrt{2}$　　(C) $8\sqrt{2}$　　(D) $8\sqrt{3}$

11. 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1,a)$, $B(2,b)$, 且 $\cos 2\alpha=\dfrac{2}{3}$, 则 $|a-b|=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{5}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　(C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　(D) 1

12. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0,\\ 1, & x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x+1)<f(2x)$ 的 x 的取值范围是 ( )

(A) $(-\infty,-1]$　　(B) $(0,+\infty)$　　(C) $(-1,0)$　　(D) $(-\infty,0)$

二、填空题

13. 已知函数 $f(x)=\log_2(x^2+a)$, 若 $f(3)=1$, 则 $a=$______.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y-2\leqslant 0,\\ x-y+1\geqslant 0,\\ y\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值为______.

15. 直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB|=$______.

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 已知 $b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$, $b^2+c^2-a^2=8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为______.

三、解答题

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $na_{n+1}=2(n+1)a_n$, 设 $b_n=\dfrac{a_n}{n}$.

(1) 求 b_1, b_2, b_3;

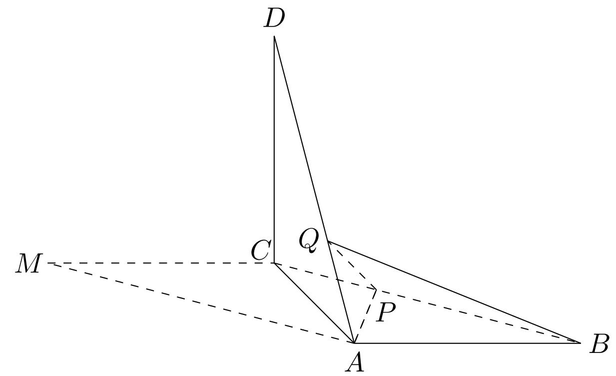
(2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;

(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. 如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB=AC=3$, $\angle ACM=90°$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB\perp DA$.

(1) 证明: 平面 $ACD\perp$ 平面 ABC;

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP=DQ=\dfrac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.



19. 某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

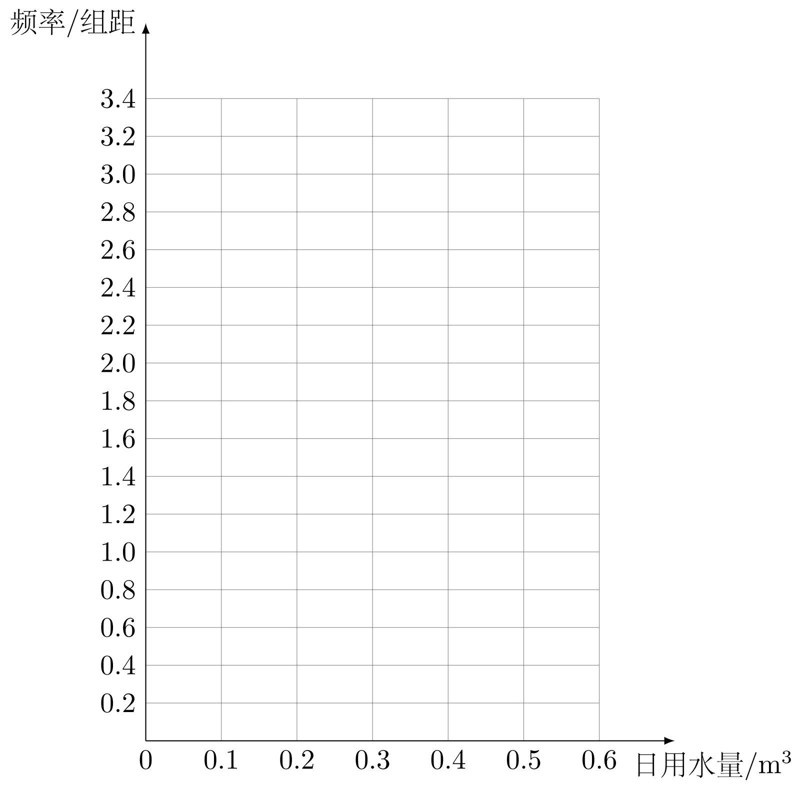
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	$[0,0.1)$	$[0.1,0.2)$	$[0.2,0.3)$	$[0.3,0.4)$
频数	1	3	2	4
日用水量	$[0.4,0.5)$	$[0.5,0.6)$	$[0.6,0.7)$	
频数	9	26	5	

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	$[0,0.1)$	$[0.1,0.2)$	$[0.2,0.3)$
频数	1	5	13
日用水量	$[0.3,0.4)$	$[0.4,0.5)$	$[0.5,0.6)$
频数	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:



(2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于 $0.35\ \mathrm{m}^3$ 的概率;

(3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表.)

20. 设抛物线 C: $y^2=2x$, 点 $A(2,0)$, $B(-2,0)$, 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M, N 两点.

(1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;

(2) 证明: $\angle ABM=\angle ABN$.

21. 已知函数 $f(x)=a\mathrm{e}^x-\ln x-1$.

(1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点. 求 a, 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a\geqslant\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 时, $f(x)\geqslant 0$.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

23. 已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x)>1$ 的解集;

(2) 若 $x\in(0,1)$ 时不等式 $f(x)>x$ 成立, 求 a 的取值范围.