2018 普通高等学校招生考试 (北京卷文)

一、选择题

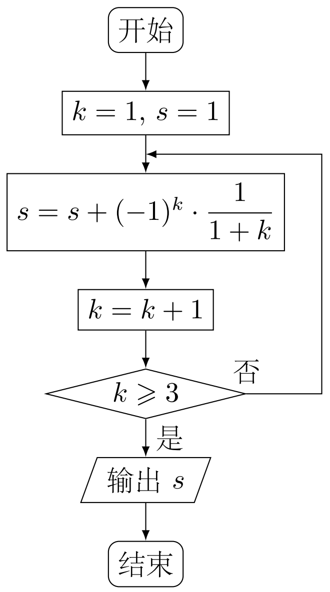
1. 已知集合 $A=\{x\mid |x|<2\}$, $B=\{-2,\ 0,\ 1,\ 2\}$, 则 $A\cap B=$ ( )

(A) $\{0,\ 1\}$ (B) $\{-1,\ 0,\ 1\}$ (C) $\{-2,\ 0,\ 1,\ 2\}$ (D) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

2. 在复平面内, 复数 $\dfrac{1}{1-\mathrm{i}}$ 的共轭复数对应的点位于 ( )

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为 ( )



(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{5}{6}$ (C) $\dfrac{7}{6}$ (D) $\dfrac{7}{12}$

4. 设 a,b,c,d 是非零实数, 则"$ad=bc$"是"a,b,c,d 成等比数列"的 ( )

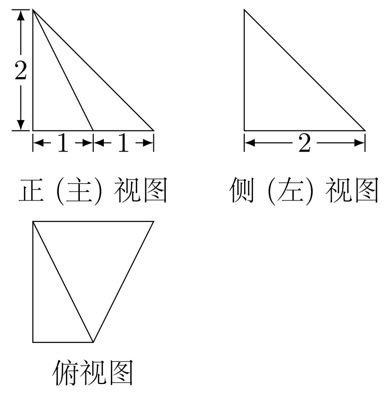
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

5. "十二平均律"是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献. 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f, 则第八个单音的频率为 ( )

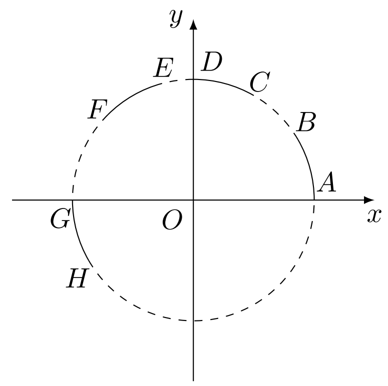
(A) $\sqrt[3]{2}f$ (B) $\sqrt[3]{2^2}f$ (C) $\sqrt[12]{2^5}f$ (D) $\sqrt[12]{2^7}f$

6. 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为 ( )



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 在平面直角坐标系中, $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{EF}$, $\overset{\frown}{GH}$ 是圆 $x^2+y^2=1$ 上的四段弧 (如图), 点 P 在其中一段上, 角 α 以 Ox 为始边, OP 为终边. 若 $\tan\alpha<\cos\alpha<\sin\alpha$, 则 P 所在的圆弧是 ( )



(A) $\overset{\frown}{AB}$ (B) $\overset{\frown}{CD}$ (C) $\overset{\frown}{EF}$ (D) $\overset{\frown}{GH}$

8. 设集合 $A=\{(x,y)\mid x-y\geqslant 1,\ ax+y>4,\ x-ay\leqslant 2\}$, 则 ( )

(A) 对任意实数 a, $(2,1)\in A$ (B) 对任意实数 a, $(2,1)\notin A$

(C) 当且仅当 $a<0$ 时, $(2,1)\notin A$ (D) 当且仅当 $a\leqslant\dfrac{3}{2}$ 时, $(2,1)\notin A$

二、填空题

9. 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$, $\boldsymbol{b}(-1,m)$. 若 $\boldsymbol{a}\perp(m\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$, 则 $m=$______.

10. 已知直线 l 过点 $(1,0)$ 且垂直于 x 轴. 若 l 被抛物线 $y^2=4ax$ 截得的线段长为 4, 则抛物线的焦点坐标为______.

11. 能说明"若 $a>b$, 则 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$"为假命题的一组 a,b 的值依次为______.

12. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4}=1\ (a>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$, 则 $a=$______.

13. 若 x,y 满足 $x+1\leqslant y\leqslant 2x$, 则 $2y-x$ 的最小值是______.

14. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$, 且 $\angle C$ 为钝角, 则 $\angle B=$______; $\dfrac{c}{a}$ 的取值范围是______.

三、解答题

15. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1=\ln 2$, $a_2+a_3=5\ln 2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $\mathrm{e}^{a_1}+\mathrm{e}^{a_2}+\cdots+\mathrm{e}^{a_n}$.

16. 已知函数 $f(x)=\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},m\right]$ 上的最大值为 $\dfrac{3}{2}$, 求 m 的最小值.

17. 电影公司随机收集了电影的有关数据, 经分类整理得到下表:

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指: 一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

(1) 从电影公司收集的电影中随机选取 1 部, 求这部电影是获得好评的第四类电影的概率;

(2) 随机选取 1 部电影, 估计这部电影没有获得好评的概率;

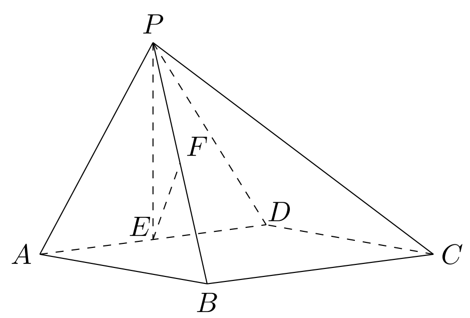
(3) 电影公司为增加投资回报, 拟改变投资策略, 这将导致不同类型电影的好评率发生变化. 假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化, 那么哪类电影的好评率增加 0.1, 哪类电影的好评率减少 0.1, 使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大? (只需写出结论)

18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$, $PA\perp PD$, $PA=PD$, E, F 分别为 AD, PB 的中点.

(1) 求证: $PE\perp BC$;

(2) 求证: 平面 $PAB\perp$ 平面 PCD;

(3) 求证: $EF\parallel$ 平面 PCD;



19. 设函数 $f(x)=\left[ax^2-(3a+1)x+3a+2\right]\mathrm{e}^x$.

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线斜率为 0, 求 a;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

20. 已知椭圆 M: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{2}$, 斜率为 k 的直线 l 与椭圆 M 有两个不同的交点 A, B.

(1) 求椭圆 M 的方程;

(2) 若 $k=1$, 求 $|AB|$ 的最大值;

(3) 设 $P(-2,0)$, 直线 PA 与椭圆 M 的另一个交点为 C, 直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点为 D. 若 C, D 和点 $Q\left(-\dfrac{7}{4},\dfrac{1}{4}\right)$ 共线, 求 k.