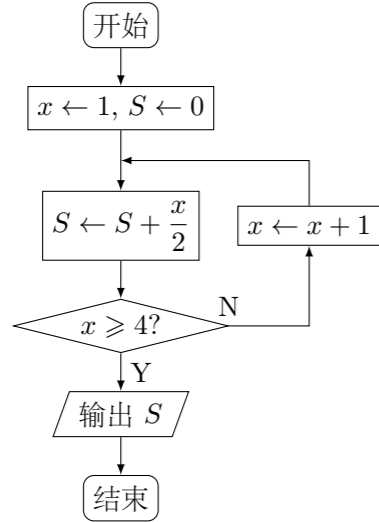


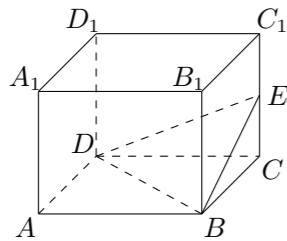
2019 普通高等学校招生考试 (江苏卷)

一、填空题

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 6\}$, $B = \{x \mid x > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 已知复数 $(a + 2i)(1 + i)$ 的实部为 0, 其中 i 为虚数单位, 则实数 a 的值是_____.
3. 如图是一个算法流程图, 则输出的 S 的值是_____.

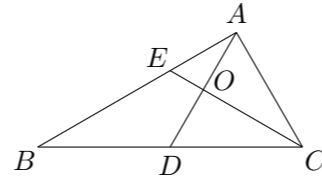


4. 函数 $y = \sqrt{7 + 6x - x^2}$ 的定义域是_____.
5. 已知一组数据 6, 7, 8, 8, 9, 10, 则该组数据的方差是_____.
6. 从 3 名男同学和 2 名女同学中任选 2 名同学参加志愿者服务, 则选出的 2 名同学中至少有 1 名女同学的概率是_____.
7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 经过点 $(3, 4)$, 则该双曲线的渐近线方程是_____.
8. 已知数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项和. 若 $a_2 a_5 + a_8 = 0$, $S_9 = 27$, 则 S_8 的值是_____.
9. 如图, 长方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的体积是 120, E 为 CC_1 的中点, 则三棱锥 $E - BCD$ 的体积是_____.



10. 在平面直角坐标系 xOy 中, P 是曲线 $y = x + \frac{4}{x} (x > 0)$ 上的一个动点, 则点 P 到直线 $x + y = 0$ 的距离的最小值是_____.
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 在曲线 $y = \ln x$ 上, 且该曲线在点 A 处的切线经过点 $(-e, -1)$ (e 为自然对数的底数), 则点 A 的坐标是_____.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, E 在边 AB 上, $BE = 2EA$, AD 与 CE 交于点 O . 若 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6\vec{AO} \cdot \vec{EC}$, 则 $\frac{AB}{AC}$ 的值是_____.

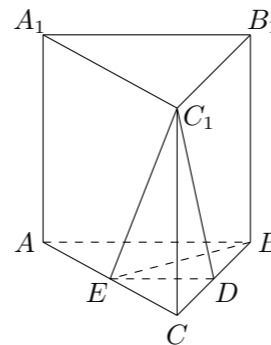


13. 已知 $\frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})} = -\frac{2}{3}$, 则 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值是_____.
14. 设 $f(x), g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的两个周期函数, $f(x)$ 的周期为 4, $g(x)$ 的周期为 2, 且 $f(x)$ 是奇函数. 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = \sqrt{1 - (x - 1)^2}$, $g(x) = \begin{cases} k(x + 2), & 0 < x \leq 1, \\ -\frac{1}{2}, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 其中 $k > 0$. 若在区间 $(0, 9]$ 上, 关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 有 8 个不同的实数根, 则 k 的取值范围是_____.

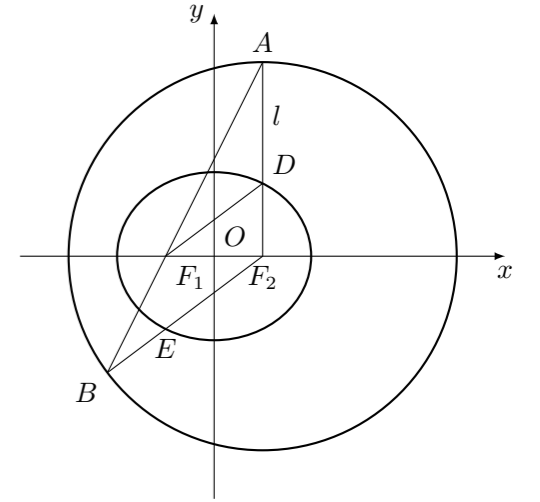
二、解答题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c .
 - (1) 若 $a = 3c, b = \sqrt{2}, \cos B = \frac{2}{3}$, 求 c 的值;
 - (2) 若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{2b}$, 求 $\sin(B + \frac{\pi}{2})$ 的值.

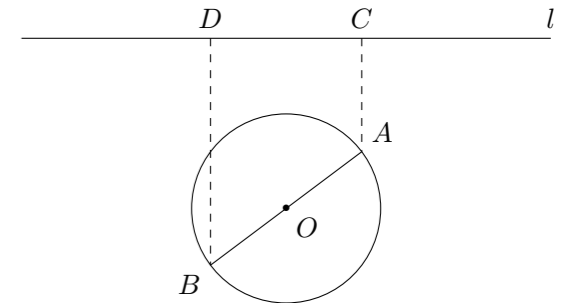
16. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1 B_1 C_1$ 中, D, E 分别为 BC, AC 的中点, $AB = BC$. 求证:
 - (1) $A_1 B_1 \parallel$ 平面 DEC_1 ;
 - (2) $BE \perp C_1 E$.



17. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$. 过 F_2 作 x 轴的垂线 l , 在 x 轴的上方, l 与圆 $F_2: (x - 1)^2 + y^2 = 4a^2$ 交于点 A , 与椭圆 C 交于点 D . 连接 AF_1 并延长交圆 F_2 于点 B , 连接 BF_2 交椭圆 C 于点 E , 连接 DF_1 . 已知 $DF_1 = \frac{5}{2}$.
 - (1) 求椭圆 C 的标准方程;
 - (2) 求点 E 的坐标.



18. 如图, 一个湖的边界是圆心为 O 的圆, 湖的一侧有一条直线型公路 l , 湖上有桥 AB (AB 是圆 O 的直径). 规划在公路 l 上选两个点 P, Q , 并修建两段直线型道路 PB, QA . 规划要求: 线段 PB, QA 上的所有点到点 O 的距离均不小于圆 O 的半径. 已知点 A, B 到直线 l 的距离分别为 AC 和 BD (C, D 为垂足), 测得 $AB = 10, AC = 6, BD = 12$ (单位: 百米).
 - (1) 若道路 PB 与桥 AB 垂直, 求道路 PB 的长;
 - (2) 在规划要求下, P 和 Q 中能否有一个点选在 D 处? 并说明理由;
 - (3) 在规划要求下, 若道路 PB 和 QA 的长度均为 d (单位: 百米). 求当 d 最小时, P, Q 两点间的距离.



19. 设函数 $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$, $a, b, c \in \mathbf{R}$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.
- (1) 若 $a = b = c$, $f(4) = 8$, 求 a 的值;
 - (2) 若 $a \neq b, b = c$, 且 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 的零点均在集合 $\{-3, 1, 3\}$ 中, 求 $f(x)$ 的极小值;
 - (3) 若 $a = 0, 0 < b \leq 1, c = 1$, 且 $f(x)$ 的极大值为 M , 求证: $M \leq \frac{4}{27}$.

21. 三选二.

【A】已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.

- (1) 求 A^2 ;
- (2) 求矩阵 A 的特征值.

【B】在极坐标系中, 已知两点 $A\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$, $B\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 直线 l 的方程为

$$\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3.$$

- (1) 求 A, B 两点间的距离;
- (2) 求点 B 到直线 l 的距离.

20. 定义首项为 1 且公比为正数的等比数列为“ M -数列”.

(1) 已知等比数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 满足: $a_2 a_4 = a_5, a_3 - 4a_2 + 4a_1 = 0$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为“ M -数列”;

(2) 已知数列 $\{b_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 满足: $b_1 = 1, \frac{1}{S_n} = \frac{2}{b_n} - \frac{2}{b_{n+1}}$, 其中 S_n 为数列 b_n 的前 n 项和.

① 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

② 设 m 为正整数, 若存在“ M -数列” $\{c_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 对任意正整数 k , 当 $k \leq m$ 时, 都有 $c_k \leq b_k \leq c_{k+1}$ 成立, 求 m 的最大值.

22. 设 $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n, n \geq 4, n \in \mathbf{N}^*$. 已知 $a_3^2 = 2a_2a_4$.

(1) 求 n 的值;

(2) 设 $(1+\sqrt{3})^n = a + b\sqrt{3}$, 其中 $a, b \in \mathbf{N}^*$, 求 $a^2 - 3b^2$ 的值.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 设点集 $A_n = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), \dots, (n, 0)\}$, $B_n = \{(0, 1), (n, 1)\}$, $C_n = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), \dots, (n, 2)\}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 令 $M_n = A_n \cup B_n \cup C_n$. 从集合 M_n 中任取两个不同的点, 用随机变量 X 表示它们之间的距离.

(1) 当 $n = 1$ 时, 求 X 的概率分布;

(2) 对给定的正整数 n ($n \geq 3$), 求概率 $P(X \leq n)$ (用 n 表示).

【C】设 $x \in \mathbf{R}$, 解不等式 $|x| + |2x - 1| > 2$.