2019 普通高等学校招生考试 (浙江卷)

一、选择题

1. 已知全集 $U=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$, 集合 $A=\{0,\ 1,\ 2\}$, $B=\{-1,\ 0,\ 1\}$, 则 $\left(\complement_U A\right)\cap B=$ ( )

(A) $\{-1\}$　(B) $\{0,\ 1\}$　(C) $\{-1,\ 2,\ 3\}$　(D) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 3\}$

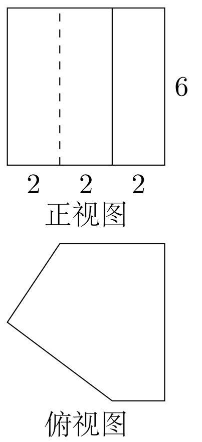
2. 渐近线方程为 $x\pm y=0$ 的双曲线的离心率是 ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(B) 1　(C) $\sqrt{2}$　(D) 2

3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x-3y+4\geqslant 0,\\ 3x-y-4\leqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值是 ( )

(A) -1　(B) 1　(C) 10　(D) 12

4. 祖暅是我国南北朝时代的伟大科学家, 他提出的"幂势既同, 则积不容异"称为祖暅原理, 利用该原理可以得到柱体的体积公式 $V_{柱体}=Sh$, 其中 S 是柱体的底面积, h 是柱体的高. 若某柱体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该柱体的体积 (单位: cm^3) 是 ( )



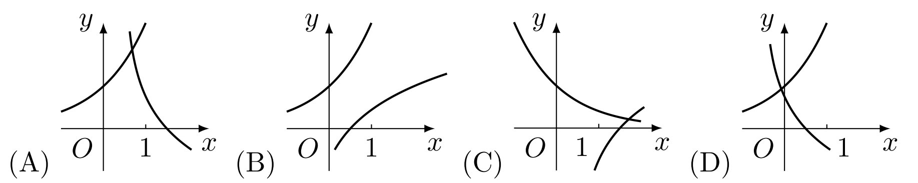
(A) 158　(B) 162　(C) 182　(D) 324

5. 若 $a>0$, $b>0$, 则"$a+b\leqslant 4$"是"$ab\leqslant 4$"的 ( )

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

6. 在同一直角坐标系中, 函数 $y=\dfrac{1}{a^x}$, $y=\log_a\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的图象可能是 ( )



7. 设 $0<a<1$, 则随机变量 X 的分布列是

X	0	a	1
P	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{3}$

则当 a 在 $(0,1)$ 内增大时 ( )

(A) $D(X)$ 增大　(B) $D(X)$ 减小

(C) $D(X)$ 先增大后减小　(D) $D(X)$ 先减小后增大

8. 设三棱锥 $V-ABC$ 的底面是正三角形, 侧棱长均相等, P 是棱 VA 上的点 (不含端点), 记直线 PB 与直线 AC 所成角为 α, 直线 PB 与平面 ABC 所成角为 β, 二面角 $P-AC-B$ 的平面角为 γ, 则 ( )

(A) $\beta<\gamma$, $\alpha<\gamma$　(B) $\beta<\alpha$, $\beta<\gamma$

(C) $\beta<\alpha$, $\gamma<\alpha$　(D) $\alpha<\beta$, $\gamma<\beta$

9. 已知 a, $b\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=\begin{cases}x, & x<0,\\ \dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(a+1)x^2+ax, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 若函数 $y=f(x)-ax-b$ 恰有 3 个零点, 则 ( )

(A) $a<-1$, $b<0$　(B) $a<-1$, $b>0$

(C) $a>-1$, $b<0$　(D) $a>-1$, $b>0$

10. 设 a, $b\in\mathbf{R}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a$, $a_{n+1}=a_n^2+b$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则 ( )

(A) 当 $b=\dfrac{1}{2}$ 时, $a_{10}>10$　(B) 当 $b=\dfrac{1}{4}$ 时, $a_{10}>10$

(C) 当 $b=-2$ 时, $a_{10}>10$　(D) 当 $b=-4$ 时, $a_{10}>10$

二、填空题

11. 复数 $z=\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$ (i 为虚数单位), 则 $|z|=$______.

12. 已知圆 C 的圆心坐标是 $(0,m)$, 半径长是 r. 若直线 $2x-y+3=0$ 与圆相切于点 $A(-2,-1)$, 则 $m=$______, $r=$______.

13. 在二项式 $\left(\sqrt{2}+x\right)^9$ 的展开式中, 常数项是______, 系数为有理数的项的个数是______.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=4$, $BC=3$, 点 D 在线段 AC 上, 若 $\angle BDC=45^\circ$, 则 $BD=$______, $\cos\angle ABD=$______.

15. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$ 的左焦点为 F, 点 P 在椭圆上且在 x 轴的上方, 若线段 PF 的中点在以原点 O 为圆心, $|OF|$ 为半径的圆上, 则直线 PF 的斜率是______.

16. 已知 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^3-x$, 若存在 $t\in\mathbf{R}$, 使得 $|f(t+2)-f(t)|\leqslant\dfrac{2}{3}$, 则实数 a 的最大值是______.

17. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 当每个 λ_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$ 取遍 ±1 时, $\left|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}\right|$ 的最小值是______, 最大值是______.

三、解答题

18. 设函数 $f(x)=\sin x$, $x\in\mathbf{R}$.

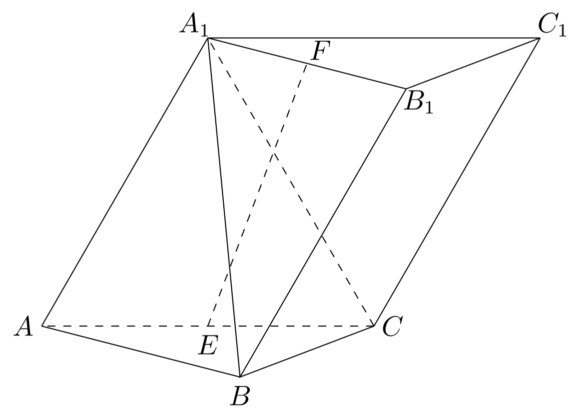
(1) 已知 $\theta\in[0,2\pi)$, 函数 $f(x+\theta)$ 是偶函数, 求 θ 的值;

(2) 求函数 $y=\left[f\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)\right]^2+\left[f\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\right]^2$ 的值域.

19. 如图, 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, 平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 ABC, $\angle ABC=90^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, $A_1A=A_1C=AC$, E, F 分别是 AC, A_1B_1 的中点.

(1) 证明: $EF\perp BC$;

(2) 求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.



20. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, $a_3=4$, $a_4=S_3$. 数列 $\{b_n\}$ 满足: 对每个 $n\in\mathbf{N}^*$, S_n+b_n, $S_{n+1}+b_n$, $S_{n+2}+b_n$ 成等比数列.

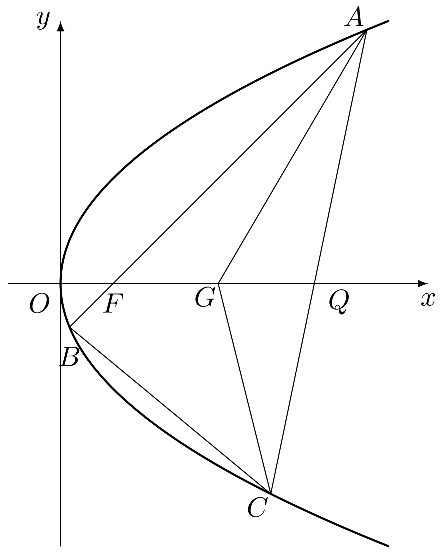
(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $c_n=\sqrt{\dfrac{a_n}{2b_n}}$, $n\in\mathbf{N}^*$, 证明: $c_1+c_2+\cdots+c_n<2\sqrt{n}$, $n\in\mathbf{N}^*$.

21. 如图, 已知点 $F(1,0)$ 为抛物线 $y^2=2px\ (p>0)$ 的焦点, 过点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, 点 C 在抛物线上, 使得 $\triangle ABC$ 的重心 G 在 x 轴上, 直线 AC 交 x 轴于点 Q, 且 Q 在点 F 的右侧. 记 $\triangle AFG$, $\triangle CQG$ 的面积分别为 S_1, S_2.

(1) 求 p 的值及抛物线的准线方程;

(2) 求 $\dfrac{S_1}{S_2}$ 的最小值及此时点 G 的坐标.



22. 已知实数 $a\neq 0$, 设函数 $f(x)=a\ln x+\sqrt{x+1}$, $x>0$.

(1) 当 $a=-\dfrac{3}{4}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 对任意 $x\in\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}^2},+\infty\right)$ 均有 $f(x)\leqslant\dfrac{\sqrt{x}}{2a}$, 求 a 的取值范围.

注: $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数.