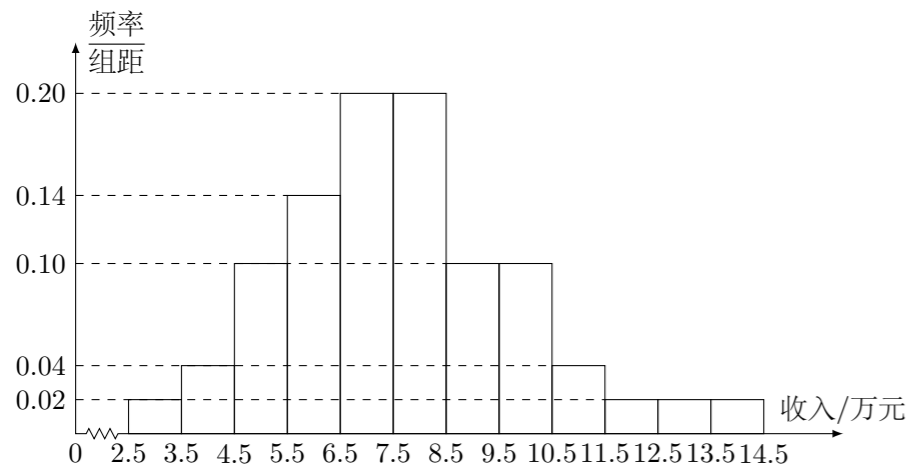


## 2021 普通高等学校招生考试 (全国卷 II 文)

### 一、选择题

1. 设集合  $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $N = \{x \mid 2x > 7\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
 (A)  $\{7, 9\}$  (B)  $\{5, 7, 9\}$  (C)  $\{3, 5, 7, 9\}$  (D)  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

2. 为了解某地农村经济情况, 对该地农户家庭年收入进行抽样调查, 将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



根据此频率分布直方图, 下面结论中不正确的是 ( )

- (A) 该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%  
 (B) 该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%  
 (C) 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元  
 (D) 估计该地有一半以上的农户, 其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间

3. 已知  $(1-i)^2 z = 3+2i$ , 则  $z =$  ( )

- (A)  $-1 - \frac{3}{2}i$  (B)  $-1 + \frac{3}{2}i$  (C)  $-\frac{3}{2} + i$  (D)  $-\frac{3}{2} - i$

4. 下列函数中是增函数的为 ( )

- (A)  $f(x) = -x$  (B)  $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  (C)  $f(x) = x^2$  (D)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$

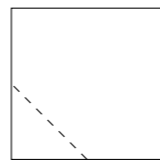
5. 点  $(3, 0)$  到双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的一条渐近线的距离为 ( )

- (A)  $\frac{9}{5}$  (B)  $\frac{8}{5}$  (C)  $\frac{6}{5}$  (D)  $\frac{4}{5}$

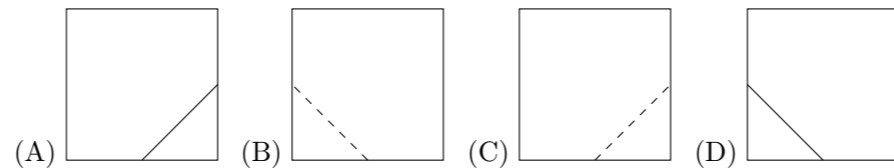
6. 青少年视力是社会普遍关注的问题, 视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据, 五分记录法的数据  $L$  和小数记录法的数据  $V$  满足  $L = 5 + \lg V$ . 已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9, 则其视力的小数记录法的数据约为 ( )

- (A) 1.5 (B) 1.2 (C) 0.8 (D) 0.6

7. 在一个正方体中, 过顶点  $A$  的三条棱的中点分别为  $E, F, G$ . 该正方体截去三棱锥  $A-EFG$  后, 所得多面体的三视图中, 正视图如图所示, 则相应的侧视图是 ( )



正视图



8. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $B = 120^\circ$ ,  $AC = \sqrt{19}$ ,  $AB = 2$ , 则  $BC =$  ( )  
 (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{5}$  (D) 3

9. 记  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $S_2 = 4$ ,  $S_4 = 6$ , 则  $S_6 =$  ( )  
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

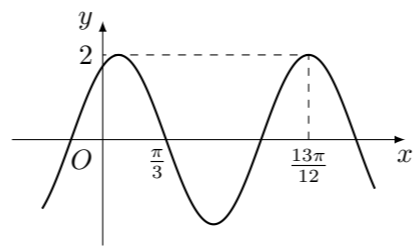
10. 将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行, 则 2 个 0 不相邻的概率为 ( )  
 (A) 0.3 (B) 0.5 (C) 0.6 (D) 0.8

11. 若  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$ , 则  $\tan \alpha =$  ( )  
 (A)  $\frac{\sqrt{15}}{15}$  (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

12. 设  $f(x)$  是定义域为  $\mathbf{R}$  的奇函数, 且  $f(1+x) = f(-x)$ . 若  $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ ,  $f\left(\frac{5}{3}\right) =$  ( )  
 (A)  $-\frac{5}{3}$  (B)  $-\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{5}{3}$

### 二、填空题

13. 若向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = 3$ ,  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 5$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1$ , 则  $|\mathbf{b}| =$  \_\_\_\_\_.  
 14. 已知一个圆锥的底面半径为 6, 其体积为  $30\pi$ , 则该圆锥的侧面积为 \_\_\_\_\_.  
 15. 已知函数  $f(x) = 2 \cos(\omega x + \varphi)$  的部分图象如图所示, 则  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$  \_\_\_\_\_.



16. 已知  $F_1, F_2$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  的两个焦点,  $P, Q$  为  $C$  上关于坐标原点对称的两点, 且  $|PQ| = |F_1 F_2|$ , 则四边形  $PF_1 QF_2$  的面积为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 甲、乙两台机床生产同种产品, 产品质量分为一级品和二级品, 为了比较两台机床产品的质量, 分别用两台机床各生产了 200 件产品, 产品的质量情况统计如下表:

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

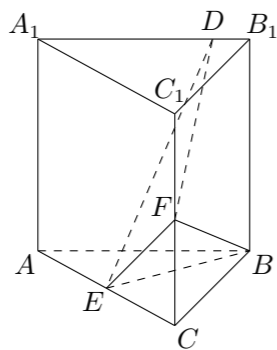
- (1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?  
 (2) 能否有 99% 的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异?

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

18. 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 已知  $a_n > 0$ ,  $a_2 = 3a_1$ , 且数列  $\{\sqrt{S_n}\}$  是等差数列, 证明:  $\{a_n\}$  是等差数列.

19. 已知直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 侧面  $AA_1B_1B$  为正方形,  $AB = BC = 2$ ,  $E, F$  分别为  $AC$  和  $CC_1$  的中点,  $BF \perp A_1B_1$ .
- (1) 求三棱锥  $F - EBC$  的体积;
- (2) 已知  $D$  为棱  $A_1B_1$  上的点, 证明:  $BF \perp DE$ .



21. 抛物线  $C$  的顶点为坐标原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 直线  $l: x = 1$  交  $C$  于  $P, Q$  两点, 且  $OP \perp OQ$ . 已知点  $M(2, 0)$ , 且  $\odot M$  与  $l$  相切.
- (1) 求  $C, \odot M$  的方程;
- (2) 设  $A_1, A_2, A_3$  是  $C$  上的三个点, 直线  $A_1A_2, A_1A_3$  均与  $\odot M$  相切. 判断  $A_2A_3$  与  $\odot M$  的位置关系, 并说明理由.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sqrt{2}\cos\theta$ .
- (1) 将  $C$  的极坐标方程化为直角坐标方程;
- (2) 设点  $A$  的直角坐标为  $(1, 0)$ ,  $M$  为  $C$  上的动点, 点  $P$  满足  $\overrightarrow{AP} = \sqrt{2}\overrightarrow{AM}$ , 写出  $P$  的轨迹  $C_1$  的参数方程, 并判断  $C$  与  $C_1$  是否有公共点.

20. 设函数  $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$ . 其中  $a > 0$ .
- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性;
- (2) 若  $y = f(x)$  的图象与  $x$  轴没有公共点, 求  $a$  的取值范围.

23. 已知函数  $f(x) = |x - 2|, g(x) = |2x + 3| - |2x - 1|$ .
- (1) 画出  $y = f(x)$  和  $y = g(x)$  的图象;
- (2) 若  $f(x + a) \geq g(x)$ , 求  $a$  的取值范围.

