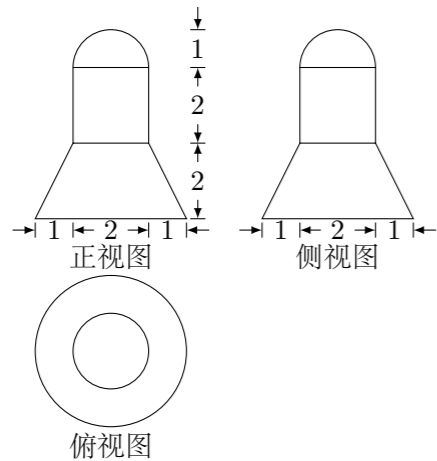


2022 普通高等学校招生考试 (浙江卷)

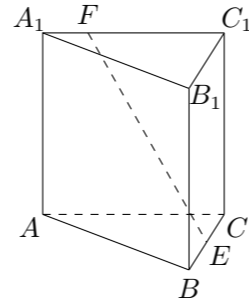
一、选择题

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 (A) $\{2\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{2, 4, 6\}$ (D) $\{1, 2, 4, 6\}$
2. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, $a + 3i = (b + i)i$ (i 为虚数单位), 则 ()
 (A) $a = 1, b = -3$ (B) $a = -1, b = 3$
 (C) $a = -1, b = -3$ (D) $a = 1, b = 3$
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2 \geq 0, \\ 2x + y - 7 \leq 0, \\ x - y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是 ()
 (A) 20 (B) 18 (C) 13 (D) 6
4. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $\sin x = 1$ ”是“ $\cos x = 0$ ”的 ()
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
5. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 是 ()



- (A) 22π (B) 8π (C) $\frac{22}{3}\pi$ (D) $\frac{16}{3}\pi$
6. 为了得到函数 $y = 2\sin 3x$ 的图象, 只要把函数 $y = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$ 图象上所有的点 ()
 (A) 向左平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度 (B) 向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度
 (C) 向左平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度 (D) 向右平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度
7. 已知 $2^a = 5$, $\log_8 3 = b$, 则 $4^{a-3b} =$ ()
 (A) 25 (B) 5 (C) $\frac{25}{9}$ (D) $\frac{5}{3}$

8. 如图, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $AC = AA_1$, E, F 分别是棱 BC, A_1C_1 上的点. 记 EF 与 AA_1 所成的角为 α , EF 与平面 ABC 所成的角为 β , 二面角 $F - BC - A$ 的平面角为 γ , 则 ()



- (A) $\alpha \leq \beta \leq \gamma$ (B) $\beta \leq \alpha \leq \gamma$ (C) $\beta \leq \gamma \leq \alpha$ (D) $\alpha \leq \gamma \leq \beta$
9. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $a|x - b| + |x - 4| - |2x - 5| \geq 0$, 则 ()
 (A) $a \leq 1, b \geq 3$ (B) $a \leq 1, b \leq 3$ (C) $a \geq 1, b \geq 3$ (D) $a \geq 1, b \leq 3$
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}a_n^2$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则 ()
 (A) $2 < 100a_{100} < \frac{5}{2}$ (B) $\frac{5}{2} < 100a_{100} < 3$
 (C) $3 < 100a_{100} < \frac{7}{2}$ (D) $\frac{7}{2} < 100a_{100} < 4$

二、填空题

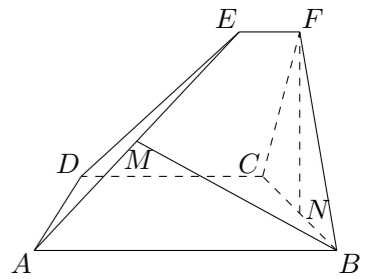
11. 我国南宋著名数学家秦九韶, 发现了从三角形三边求面积的公式, 他把这种方法称为“三斜求积”, 它填补了我国传统数学的一个空白. 如果把这种方法写成公式, 就是 $S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[c^2 a^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$, 其中 a, b, c 是三角形的三边, S 是三角形的面积. 设某三角形的三边 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, c = 2$, 则该三角形的面积 $S =$ _____.
12. 已知多项式 $(x + 2)(x - 1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_2 =$ _____, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____.
13. 若 $3\sin \alpha - \sin \beta = \sqrt{10}, \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin \alpha =$ _____, $\cos 2\beta =$ _____.
14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \leq 1, \\ x + \frac{1}{x} - 1, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) =$ _____; 若当 $x \in [a, b]$ 时, $1 \leq f(x) \leq 3$, 则 $b - a$ 的最大值是_____.

15. 现有 7 张卡片, 分别写上数字 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6. 从这 7 张卡片中随机抽取 3 张, 记所抽取卡片上数字的最小值为 ξ , 则 $P(\xi = 2) =$ _____, $E(\xi) =$ _____.
16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点为 F , 过 F 且斜率为 $\frac{b}{4a}$ 的直线交双曲线于点 $A(x_1, y_1)$, 交双曲线的渐近线于点 $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 < 0 < x_2$. 若 $|FB| = 3|FA|$, 则双曲线的离心率是_____.
17. 设点 P 在单位圆的内接正八边形 $A_1A_2 \cdots A_8$ 的边 A_1A_2 上, 则 $\overrightarrow{PA_1}^2 + \overrightarrow{PA_2}^2 + \cdots + \overrightarrow{PA_8}^2$ 的取值范围是_____.

三、解答题

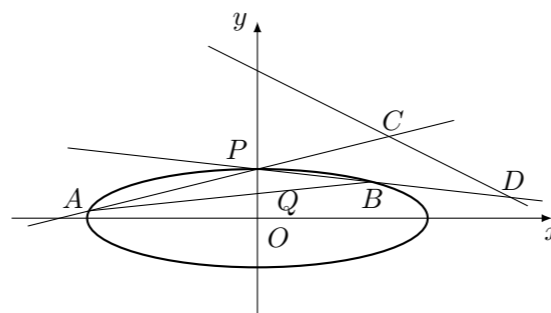
18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $4a = \sqrt{5}c$, $\cos C = \frac{3}{5}$.
 (1) 求 $\sin A$ 的值;
 (2) 若 $b = 11$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. 如图, 已知 $ABCD$ 和 $CDEF$ 都是直角梯形, $AB \parallel DC, DC \parallel EF$, $AB = 5, DC = 3, EF = 1, \angle BAD = \angle CDE = 60^\circ$, 二面角 $F - DC - B$ 的平面角为 60° . 设 M, N 分别为 AE, BC 的中点.
 (1) 证明: $FN \perp AD$;
 (2) 求直线 BM 与平面 ADE 所成角的正弦值.



20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = -1$, 公差 $d > 1$. 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbf{N}^*$).
- (1) 若 $S_4 - 2a_2a_3 + 6 = 0$, 求 S_n ;
- (2) 若对于每个 $n \in \mathbf{N}^*$, 存在实数 c_n , 使 $a_n + c_n, a_{n+1} + 4c_n, a_{n+2} + 15c_n$ 成等比数列, 求 d 的取值范围.

21. 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{12} + y^2 = 1$. 设 A, B 是椭圆上异于 $P(0, 1)$ 的两点, 且点 $Q\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 在线段 AB 上, 直线 PA, PB 分别交直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 于 C, D 两点.
- (1) 求点 P 到椭圆上点的距离的最大值;
- (2) 求 $|CD|$ 的最小值.



22. 设函数 $f(x) = \frac{e}{2x} + \ln x$ ($x > 0$).
- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 曲线 $y = f(x)$ 上不同的三点 $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3))$ 处的切线都经过点 (a, b) . 证明:
- ① 若 $a > e$, 则 $0 < b - f(a) < \frac{1}{2} \left(\frac{a}{e} - 1 \right)$;
- ② 若 $0 < a < e, x_1 < x_2 < x_3$, 则 $\frac{2}{e} + \frac{e-a}{6e^2} < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_3} < \frac{2}{a} - \frac{e-a}{6e^2}$.
- (注: $e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数)