

2026 届上海秋季高考数学

一、填空题 (本大题共有 12 题, 满分 54 分, 第 1~6 题每题 4 分, 第 7~12 题每题 5 分).

1. 已知集合 $A = \{2, 1+a\}$, $-1 \in A$, 则 $a =$ _____.
2. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 且 $a_1 = 2$, $a_2 = 6$, 则 $a_4 =$ _____.
3. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\cos 2\alpha =$ _____.
4. 已知事件 A, B 互斥, $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
5. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \sqrt{x} - a$, 若 $f(-4) = 3$, 则 $a =$ _____.
6. 已知 $(x^2+x)^5$, 则展开式中 x^7 的系数为 _____.
7. 已知 $a^2 + 4b^2 = 1$, 则 ab 的最大值为 _____.
8. 已知随机变量 X 的分布为 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ a & 0.3 & b \end{pmatrix}$, 且 $E(X) = 0.5$, 则 $b =$ _____.
9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 0$, 公差为 d , 其前 n 项和 S_n 至少有两项在区间 $(0, 1)$ 内, 则公差 d 的取值范围是 _____.
10. 已知 $k \in R$, 向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是两两不平行的向量, 且 $\vec{a} + 3\vec{b} \parallel \vec{b} + \vec{c}$, $2\vec{a} + k\vec{c} \parallel \vec{b} + \vec{c}$, 则 k 的值为 _____.
11. 已知三角函数 $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + B$ ($A > 0, B \in R, \omega > 0, 0 \leq \varphi < 2\pi$), 若 $v = f(t)$, 当 $v = 0$ 或 $v = 4$ 时其导数为 0, 初始速度为 0, 且速度第一次达到 4 时, 用时为 0.1 秒, 则 $f(t) =$ _____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 5, BC = \sqrt{14}$. 已知点 A, B, C 分别为椭圆 4 个顶点和 2 个焦点中的三点, 则该椭圆的离心率为 _____.

二、选择题 (本题共有 4 题, 满分 18 分, 13、14 每题 4 分, 15、16 题每题 5 分).

13. 已知 $a \in R$, 且 $a \neq 1$, 则 $a \cdot \sqrt[3]{a} =$ ()

A. $\frac{3}{a^2}$ B. $\frac{4}{a^3}$ C. $\frac{5}{a^2}$ D. $\frac{5}{a^3}$

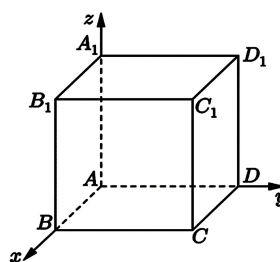
14. 事件 A 和事件 B 相互独立, “ A 和 B 至少一个发生”的对立事件是 ()

- A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. $\bar{A} \cap \bar{B}$ D. $\bar{A} \cup \bar{B}$

15. 已知 z, w 为复数, 如果满足 “ $z - w \in R$ ” 或 “ $z - \bar{w} \in R$ ”, 那么称 z 与 w 互相伴随. 如果 z 和 w 互相伴随, 则 $w - i$ 和 $z + i$ 互相伴随的充要条件是 ().

- A. $\operatorname{Re}z + \operatorname{Re}w = 0$ B. $\operatorname{Re}z - \operatorname{Re}w = 0$ C. $\operatorname{Im}z + \operatorname{Im}w = 0$ D. $\operatorname{Im}z - \operatorname{Im}w = 0$

16. 已知空间直角坐标系中有一正方体, 其三组棱分别与 x 轴、 y 轴、 z 轴重合, 顶点 A 与坐标原点重合, 点 C 是正方体底面中与 A 相对的对角顶点, 点 C_1 在点 C 的正上方. 将正方体绕直线 AC_1 旋转一周, 试问点 C 的运动轨迹会经过 () 个空间卦限.



- A. 1 B. 3
C. 4 D. 7

三、解答题 (本大题共有 5 题, 满分 78 分) 解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤.

17. 工厂为了保护 and 改善环境, 记录了颗粒物密度和二氧化硫密度. 图示是 2023 年前九年数据:

颗粒物密度	101.02	87.02	57.46	21.85	11.76	8.86	5.03	4.63	3.86
二氧化硫密度	119.47	81.94	53.20	9.16	6.60	4.40	3.31	3.35	3.86

(1) 从九年中任意抽取一年, 该年份颗粒物密度比二氧化硫密度高的概率是多少?

(2) 想要研究颗粒物密度和二氧化硫密度的线性关系, 你准备是选择扇形图, 还是茎叶图, 还是散点图?

研究研究颗粒物密度和二氧化硫密度的相关系数, 你认为在区间 $(-1, 0)$ 内, 还是 $(0, 1)$ 内, 还是 $(1, 2)$ 内? 直接写出答案;

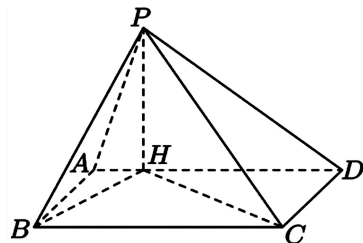
(3) 九年中的平均年份是 2018 年, 设 x 为年份, 颗粒物密度为 y , 现在有两个选择,

$y_1 = 106.55e^{-0.461(x-2014)}$, $y_2 = a(x - 2014) + 83.743 (a \in R)$, 其中 y_1 是回归方程, y_2 是线性回归方程, 通过预测值与实际值之差的绝对值哪个更小来比较精确度, 已知在 2023 年实际颗粒物密度为 3.88, 预测值与实际值之差的绝对值哪个更小 (精确到 0.01).

18. 四棱锥 $P-ABCD$, 底面 $ABCD$ 是个矩形, H 点在线段 AD 上, $PH \perp$ 面 $ABCD$, $AB=2$, $AH=1$, $HD=4$.

(1) 求证: $HC \perp PB$;

(2) 若四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{10\sqrt{5}}{3}$, 求二面角 $C-PB-H$ 的大小.



19. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 3$, $g(x) = 4x + \frac{1}{x^2}$

(1) 解不等式: $f(x) + \frac{1}{x^2} > g(x)$;

(2) 设直线 l_1 为 $f(x)$ 过点 $(0, 3)$ 的切线, 直线 $l_2 \perp l_1$, 且也过点 $(0, 3)$. 若 l_1, l_2 与 $g(x)$ 在第一象限内无交点, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知双曲线 $\Gamma: x^2 - y^2 = 1$, 点 P 在 Γ 上, F_1, F_2 分别为双曲线的左、右焦点.

(1) 求点 $(2, 0)$ 到双曲线渐近线的距离;

(2) 若 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 1$, 求 $S_{\Delta PF_1 F_2}$;

(3) 记 Ω 为双曲线 Γ 满足 $\begin{cases} x > 0 \\ y \geq -1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x < 0 \\ y \leq -1 \end{cases}$ 的部分; 直线 l, m 均过右焦点 F_2 , l 与 Ω 交于 P, Q 两点 (分别在第一、第四象限), m 与 Ω 交于 M, N 两点 (分别在第三、四象限). 问: 是否存在常数 λ , 使得对任意直线 l , 都存在唯一对应的直线 m 满足 $\lambda|PQ| = |MN|$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. 已知 (i, j, k) 是 1、2、3 的一个排列, 若函数 $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$, 对任意 $x \in I$, 都有 $f_1(x) \leq f_i(x)$ 且 $f_1(x) + f_2(x) \leq f_i(x) + f_j(x)$, 则称 (i, j, k) 是关于 $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ 的一个 I 排列, 则关于 $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ 的 I 排列总数记为 n_I .

(1) 已知 $I = [3, +\infty)$, $f_1(x) = x, f_2(x) = 0, f_3(x) = x^2 + 1$, 判断 $(3, 1, 2)$ 是否为 I 排列;

(2) 对 $I = (0, +\infty)$, $f_1(x) = x - 1, f_2(x) = x + m, f_3(x) = x^2$ 满足条件的 $n_I = 6$, 求 m 的取值范围;

(3) 对 $x \in [0, +\infty)$, 且对任意 $x \in [0, +\infty)$, $0 < F(x) < 1$, 令 $I = [a, +\infty)$, $f_1(x) = F(x), f_2(x) = \frac{1}{2}(F(x+a) + F(x-a)), f_3(x) = 1 - e^{-x}$, 证明: 若 $F(x)$ 严格减, 则存在 $a > 0$, 使 $n_I \geq 4$; 若 $F(x)$ 严格增, 则存在 $a \in (0, 1), n_I \neq 2$.